Hourya Benis-Sinaceur

Dans le tissu vivant
de la connaissance

Centre culturel du livre
Édition / Distribution
6, rue du Tigre. Casablanca
Tél : +212522810406
Fax : +212522810407
markazkitab@gmail.com
Première édition 2020
Dépôt légal: 2020MO2702
ISBN: 978-9920-627-54-2

King Faisal
PRIZE

INSTITUT
DU MONDE
ARABE
معهد العالم العربي
كرسي المعهد

Hourya Benis-Sinaceur

Dans le tissu vivant de la connaissance

Emmylou HAFFNER

CENTRE CULTUREL DU LIVRE
Édition & Distribution

Sommaire

Introduction

Cet ouvrage s’inscrit dans le cadre d'un ambitieux projet culturel initié et mis en œuvre par deux institutions culturelles de renommée, le Prix du Roi Fayçal à Riyad et l'Institut du Monde Arabe à Paris, représenté par la Chaire de l'Institut.

Ce projet se donne pour objectif de faire connaitre auprès du grand public une centaine de chercheurs et universitaires arabes et français qui se sont distingués par leurs considérables efforts destinés à la promotion des différentes formes de dialogue constructif et interactif entre les deux rives de la Méditerranée au cours des deux derniers siècles.

Il s'agit d'un authentique hommage que nous tentons de rendre à cette communauté scientifique, aux œuvres exceptionnelles de ces médiateurs culturels, ainsi qu’à leurs vies respectives entièrement dédiées au progrès du savoir, marquant ainsi leur époque par l’innovation et perpétuant une tradition scientifique et humaniste visant notamment la compréhension mutuelle, l’entente et la coopération entre les hommes.

Le choix de soixante personnalités arabes et de quarante personnalités françaises est le fruit d'une réflexion raisonnée et ciblée menée durant plusieurs mois par un comité scientifique commun soucieux de réunir et présenter une palette de personnalités qui soient, autant que possible, représentatives de chaque discipline et courants de pensée à travers les différentes époques.

Cette liste est loin d'être exhaustive, toutefois, une sélection s'impose malgré le risque ô combien regrettable de sacrifier quelques écrivains, qui ont sans doute le mérite de faire partie de cette pléiade, par milliers. Consolons-nous néanmoins de vous présenter cette belle constellation d'auteurs, et d'initier cette voie qui sera, nous l'espérons, empruntée et poursuivie par d'autres acteurs.

Enfin, nous exprimons notre profonde gratitude aux auteurs qui ont cru en cette initiative et ont participé à sa réalisation. Nos plus sincères remerciements s'adressent également au Prince Khalid Al Fayçal, Président du Prix du Roi Fayçal, et à M. Jack Lang, Président de l'Institut du Monde Arabe, pour leur soutien et suivi continus de ce projet durant toutes ses étapes.

Mojeb Al Zahrani — Abdulaziz Alsebail

Préambule

Spécialiste internationalement reconnue d'histoire et de philosophie des mathématiques, Hourya Benis-Sinaceur a consacré ses travaux principaux aux mathématiques et à la logique des XIX^{e} et XX^{e} siècles, en particulier aux travaux de Bernard Bolzano (1781-1848), Richard Dedekind (1831-1916), David Hilbert (1862-1943) et de l'école algébrique allemande ; aux travaux d'Alfred Tarski (1901-1983), aux origines de la théorie des modèles, de la sémantique formelle et de l'algèbre réelle ; à la philosophie des mathématiques et de la logique, en particulier aux œuvres de Jean Cavaillès (1903-1944), et de ses maîtres Jean-Toussaint Desanti (1914-2002), Gilles-Gaston Granger (1920-2016), Jules Vuillemin (1920-2001).

Pour entrer dans le travail de Hourya Benis-Sinaceur, il faut d'abord accepter de ne reconnaître aucune frontière, aucun carcan. Elle navigue tant parmi les historiens que parmi les philosophes, parmi les logiciens que parmi les mathématiciens, elle dialogue tant avec la philosophie dite « analytique » qu'avec celle dite « continentale ». Il faut s'éloigner des points de vue de surplomb. Il faut se libérer des idées déjà faites et savoir que l'on ira chercher à comprendre, à mains nues, ce que les textes mathématiques nous disent – objectivement, rigoureusement. L'enjambement des frontières et l'exigence de vérité et de rigueur ont formé le tissu de sa vie comme de ses travaux.

1. Aller voir ailleurs sans oublier d'où l'on vient : éléments biographiques

Née à Casablanca, Hourya Benis grandit dans une famille ancrée dans la culture et les traditions marocaines et musulmanes, et portée par une grande tolérance. Son père est un homme d'affaires internationales, amoureux de la culture, qui voyage à travers l'Europe, commerce avec la Chine et le Japon, et accueille ses relations d'affaires à la maison, ajoutant au cosmopolitisme de la ville. Née à un moment où les gens luttent pour l'indépendance et pour l'émancipation, dans un Islam des Lumières ouvert sur le monde, dans une maison cultivée, Hourya est inscrite à l'école française dès l'école maternelle. Elle y apprend le français et garde le souvenir de la générosité et de la bienveillance des enseignantes. Un réconfort et une aide pour celle qui arrivait enfant dans un milieu auquel elle était, par la langue et par la culture, étrangère, et dans lequel elle a ainsi pu s'intégrer pleinement. Au bord de l'océan mugissant, navigant alors – déjà – entre les cultures, entre les langues, Hourya développe une curiosité et une ouverture d'esprit qu'elle conservera tout au long de sa vie. Curiosité de connaître d'autres endroits et d'autres temps, de comprendre d'autres idées, de visiter d'autres rives.

Attirée par ce qui est autre, par ce qui est loin, puisque, dit-elle, on voit mieux, on pense mieux, on apprécie mieux en prenant de la distance, elle franchit une première rive après son baccalauréat, en 1959, en intégrant une classe préparatoire de lettres supérieures au lycée Fénelon à Paris. En classe de première, au lycée, elle avait été lauréate du prix du Concours général de composition française, et son départ pour des études en France fut alors facilité par l'ambassade de France à Rabat. Tirant profit de cette chance qui s'offrait à elle, et poussée à la fois par le désir de s'éduquer et d'acquérir par-là une autonomie, une émancipation qui lui paraissaient indispensables, Hourya avait candidaté seule, en secret presque, au lycée Fénelon, qui l'avait acceptée sur sa simple demande sur papier libre et sans demander d'autre document. Mettant son père devant le fait accompli, elle profite alors de sa compréhension, lorsqu'il accepte de la laisser partir et de vaincre avec elle les réticences de sa mère, un geste dont elle souligne encore aujourd'hui la force. À l'époque où Hourya est venue en France, peu de jeunes filles marocaines s'y rendaient pour faire leurs études, et encore moins pour y préparer les concours des grandes écoles. Ce qu'elle voulait, c'était prendre en mains son avenir, en connaissance de cause croyait-elle. Ce à quoi elle voulait échapper, c'était à l'établissement par un mariage dans « la bonne société ».

À Paris, elle fait des découvertes parfois inattendues : la compétition et la concurrence des classes préparatoires, la neige, le métro parisien, les immeubles haussmanniens, les bouquinistes sur les quais, Saint-Germain et le café de Flore. Elle regarde de loin parler et fumer les personnages célèbres dont elle a lu quelques œuvres. Elle arpente la ville à pieds, charmée par la Seine en son cœur, par son histoire et son architecture, qui contrastent avec ceux de Casablanca. Mais évoluer sur cette nouvelle rive n'est pas de tout repos. La vie en internat est difficile. Les conditions matérielles pénibles lui pèsent. Dans le froid parisien, elle est souvent malade. La nostalgie du pays natal se fait sentir.

Hourya Benis intègre en 1962 l'École Normale Supérieure de jeunes filles de Sèvres. La scolarité et les conditions de vie y sont plus agréables. Le rythme est moins infernal, et les élèves ont plus de libertés pour choisir leurs sujets d'études. Si elle n'est plus étrangère sur cette nouvelle rive, Hourya n'a pourtant pas l'intention de rester en France après ses études. Elle demeure, et demeurera toujours, très attachée au

Maroc, et refuse de demander la nationalité française lorsque l'ÉNS l'encourage à le faire — une décision que l'administration française lui fera regretter plus tard.

Née à elle-même par la littérature, la poésie surtout, toujours portée par la possibilité de former des liens d'esprit entre elle et autrui, Hourya lit beaucoup, et notamment beaucoup de philosophie. Déjà lorsqu'elle était plus jeune à Casablanca, elle empruntait dans une bibliothèque tenue par des religieuses les livres de Simone de Beauvoir, Jean-Paul Sartre, Albert Camus, Sigmund Freud… À l'École Normale, elle suit les cours de philosophie de Jules Vuillemin, durant lesquels elle découvre la philosophie des mathématiques, et même l'existence de connexions entre mathématiques et philosophie. Cette découverte se révèle bien sûr décisive, tout comme l'évocation par Vuillemin des *Paradoxien des Unendlichen* (*Paradoxes de l'infini*) du philosophe et mathématicien Bernard Bolzano. Ce court texte, publié en 1851, fondateur pour les réflexions sur l'infini menées au XIX^e siècle, n'avait jamais été traduit en français. Fascinée par l'infini – ou par ce qu'elle croyait alors être l'infini – et ne trouvant pas, dans les cours de Vuillemin, d'éléments suffisants lui permettant de comprendre les déterminations mathématiques et les enjeux philosophiques du livre de

Bolzano, Hourya Benis décide alors de s'atteler à la traduction de ce texte. Pour cela, il lui faut apprendre l'allemand, ce qu'elle fait en se rendant en Allemagne pendant les trois mois de vacances d'été, et en se confrontant directement au texte de Bolzano. C'est le début de nombreuses années de travail sur la tradition logique et mathématique allemande, et d'une volonté de se plonger directement, sans intermédiaire, dans les textes.

À l'École Normale, elle reprend, d'abord seule, l'étude des mathématiques, en recourant parfois à l'aide de ses camarades mathématiciennes. Ne faisant pas les choses à moitié, elle décide ensuite de reprendre des études de mathématiques à l'université jusqu'au DEA[(1)]. Commence ainsi ce long voyage navigant entre les mathématiques, la logique et la philosophie, une navigation portée d'abord par la curiosité et le désir de déplier les significations. Après l'infini, c'est l'idée de « nombre réel » qui l'attire – qu'y a-t-il de « réel » dans les nombres réels ? Cette exploration, dans laquelle elle s'était lancée sans savoir où elle allait aboutir, donne, en 1987, sa thèse d'État, publiée quelques années plus tard sous le titre *Corps et modèles*.

(1) Diplôme d'études avancées, équivalent à un Master.

En côtoyant quotidiennement les livres et articles de mathématiques et de logique, s'est développée sa grande exigence de rigueur, de précision de l'expression. Hourya s'est ainsi mise philosophiquement à l'école des mathématiques en s'attachant à réfléchir à une écriture rigoureuse, ancrée dans des éléments de textes vérifiables. C'est une grande volonté d'objectivité qui guidait déjà son travail, qui n'a toujours eu pour but que de présenter des faits acceptables à tout un chacun, dans un langage défini et concis, reposant sur une lecture active, rigoureuse des textes nus. Le goût de la littérature et de la poésie ne l'a pour autant jamais quittée. Une division nette s'est opérée, alors, entre son travail et ses lectures privées. Mais, toujours, Jean Cavaillès voisine avec Henri Michaux (1899-1984).

L'attachement personnel, familial et culturel de Hourya Benis à la vérité, à la rigueur et à la dignité se retrouve, notamment, dans son intérêt pour le philosophe Jean Cavaillès, philosophe mathématicien d'une grande profondeur et héros de la Résistance. Alors qu'elle ne connaissait ni l'homme, ni l'œuvre à son arrivée à Paris, elle en fait le sujet de son diplôme d'études supérieures. Cavaillès représentait, pour Hourya, la France toute vertueuse qu'elle admirait. Naît alors une fascination persistante pour la personnalité et la hauteur morale et éthique d'un intellectuel qui n'hésita pas à s'engager à la toute première heure pour défendre l'honneur de son pays, à poser des bombes sous des bases navales allemandes et à faire dérailler des trains, et qui paya de sa vie cet engagement total et radical. Dans cet engagement absolu, Hourya reconnaît des aspects de sa propre persévérance, de son propre désir de rigueur, et de son goût pour la prise de risque. Une forme de romantisme, sans doute. Mais la fascination pour l'homme Cavaillès s'étend à ses écrits philosophiques, écrits notoirement ardus et qu'elle passe de nombreuses années à s'appliquer à élucider, avouant qu'aux premières lectures, elle n'en comprenait pas un mot. Persévérante et persistante dans sa volonté de comprendre, de clarifier, et dans son amour des choses bien dites et bien établies, elle n'abandonne pas face à l'obstacle. Ses nombreux travaux sur Cavaillès ont été essentiels dans sa carrière, faisant d'elle une spécialiste mondialement reconnue et l'amenant à s'investir dans la Société des Amis de Jean Cavaillès fondée en 1947[1].

Par la méthode historique qu'elle développe après Cavaillès, d'une part, et par son insistance sur la nécessité de retourner aux sources des textes mathématiques d'autre part, Hourya Benis a tissé de nombreux liens avec l'histoire des mathématiques. Dès le début des

(1) https://cavailles.hypotheses.org/

années 1970, elle assiste au séminaire d'histoire des mathématiques de l'Institut Henri Poincaré, tenu alors par René Taton (1915-2004) puis par Pierre Dugac (1926-2000). Taton l'invite à donner un exposé. Elle travaillait alors sur Bolzano et choisit d'y parler des relations entre Bolzano et Augustin-Louis Cauchy (1789-1857). D'une part, elle avait constaté que les manuels présentaient Cauchy comme le « pré-Weierstrass », précurseur de la rigueur moderne, ce qui lui semblait faux – et a depuis été largement reconnu. D'autre part, des travaux d'histoire des mathématiques posaient alors la question de qui, entre Cauchy et Bolzano, avait plagié l'autre. Elle se saisit alors de la question pour suggérer qu'elle n'est pas pertinente : ces deux mathématiciens faisaient des mathématiques si différentes qu'une telle comparaison n'a pas de sens. De cet exposé, et à la demande de René Taton, Hourya tire son premier article, publié dans la *Revue d'histoire des sciences* en 1973. Cette expérience est révélatrice pour elle : répondant simplement à une requête, elle réalise alors qu'elle peut, elle aussi, non seulement donner des conférences, mais également être publiée.

L'intervention de Taton dans le parcours de Hourya, bien qu'inattendue, fait partie de ces nombreuses rencontres qui lui ouvrent le monde de la recherche académique et des publications scientifiques. Parmi ces rencontres presque providentielles, on peut citer encore le philosophe Jean-Toussaint Desanti (1914-2002), auprès de qui elle trouve une inspiration philosophique, une sorte de paternité spirituelle qui prend la suite de sa lecture de Jean Cavaillès. Chez lui, et auprès de son épouse Dominique, féministe intriguée et curieuse de cette jeune fille peu conventionnelle, elle trouve une famille française d'adoption.

Essentielles aussi, sous de nombreux points de vue, ont été les rencontres avec Georges Canguilhem (1904-1995) et Roger Martin (1920-1979), qui ont soutenu et accompagné son parcours professionnel jusqu'à son entrée au Centre National de la Recherche Scientifique (CNRS) en 1979.

Georges Canguilhem, grand philosophe français, est une figure tutélaire de la carrière de Hourya. C'est lui, d'abord, qui l'a retenue en France. Après avoir passé, en 1966, l'agrégation de philosophie dont le jury était présidé par Canguilhem, Hourya est rentrée au Maroc pour tenter d'y obtenir un poste. À cette époque, la philosophie et l'histoire étaient institutionnellement bannies des universités marocaines, l'agrégation peu connue et inutile, et les tentatives de Hourya sont restées vaines. Elle opte alors pour un retour en France, afin d'y préparer une thèse de doctorat par désir de s'éduquer d'avantage et toujours sans intention de rester en France, où ses diplômes passés à titre étranger n'avaient que peu de valeur et n'allaient pas lui offrir grande protection.

Une première intervention de Canguilhem permet à Hourya d'enseigner un an comme remplaçante au lycée Turgot. Elle n'a toutefois pas prêté attention à sa situation administrative : agrégée à titre étranger, elle aurait eu droit à un salaire plus élevé que celui qui lui avait été attribué lors de son recrutement par le rectorat. Le surveillant général du lycée, ayant remarqué cela, se propose alors de redresser le tort, mais rencontre un refus du rectorat. Devant ce véto, pour elle humiliant, Hourya décide de démissionner. Elle accepte néanmoins d'attendre qu'un remplaçant lui soit trouvé pour partir, ce qui n'arrivera jamais. Convoquée à nouveau quelques temps plus tard, on lui fait savoir qu'il lui serait possible d'être rémunérée en tenant compte de son diplôme. Sans surprise, toutefois, son poste n'est pas renouvelé l'année suivante.

Elle passe une année sans travailler, et c'est encore Canguilhem – au courant de la mésaventure du lycée Turgot – qui lui offre une nouvelle opportunité. Sans doute conscient qu'il serait difficile à Hourya de trouver du travail dans l'enseignement secondaire, il lui propose, en la croisant dans le couloir menant au département de philosophie de la Sorbonne, sur le chemin de la bibliothèque, d'enseigner la logique au Centre universitaire expérimental de Vincennes créé après les événements de Mai 68. Le département de philosophie est alors piloté par Michel Foucault (1926-1984). Bien que consciente de sa chance de pouvoir enseigner à l'université, Hourya ne manque pas de souligner qu'à Vincennes, bastion de l'extrême gauche, les responsables n'ont, eux non plus, pas pensé nécessaire de prendre en compte ses diplômes lors de son recrutement. Des affaires bien plus importantes les occupaient. Ils laissent passer la machine administrative : Hourya reçoit le salaire d'une débutante non agrégée.

À Vincennes, pendant deux ans, elle est un peu isolée. La logique et les mathématiques n'intéressent que peu ses collègues – à l'exception notable de Michel Serres (1930-2019). Et les engagements politiques de ces derniers ne l'attirent guère. Quelques années plus tôt, elle avait milité au sein de l'Union Nationale des Étudiants du Maroc mais avait perdu, à ce moment-là, quelques-unes de ses illusions en s'apercevant de l'opportunisme et du carriérisme de certains membres, et du déchainement passionnel inconsidéré d'autres.

Elle se met en retrait sans perdre son intérêt pour la situation de son pays natal. Ces précédentes expériences l'incitent à ne pas s'engager auprès de la Gauche Prolétarienne, renforçant son isolement à Vincennes.

Foucault ayant été élu au Collège de France, Canguilhem fait savoir à Hourya qu'elle peut poser sa candidature comme assistante à la Sorbonne. C'est un succès. Elle devient alors l'assistante de Roger Martin et de Suzanne Bachelard (1919-2007). Recrutée sur un poste où il n'était autorisé de rester que cinq ans, il lui est conseillé à l'automne 1975 par l'administration de l'université de prendre la nationalité française, afin de s'assurer de pouvoir conserver son poste. Alors mariée et mère de deux enfants, sa vie professionnelle et matérielle s'est établie à Paris, où elle souhaite désormais rester, bien que navigant toujours entre le Maroc et la France. Ses deux fils et elle obtiennent la nationalité française en février 1976. Mais ce geste fort pour rester en France a pour effet secondaire d'effacer toutes ses années d'emploi, la faisant retomber en bas de l'échelle salariale des fonctionnaires, ce qui affecte fortement son moral.

En 1979, Roger Martin évoque la possibilité pour Hourya d'obtenir un poste de chargée de recherche au CNRS. Consciente de la difficulté que représente l’entrée au CNRS, Hourya se demande encore aujourd’hui pour quelle raison Martin l’avait choisie, elle. Le soutien de Roger Martin est précieux et, avec son aide pour la constitution du dossier, elle est classée première sur un poste de chargée de recherche cette année-là. Martin l’encourage alors à terminer sa thèse d’État le plus rapidement possible, pour ne pas rester dans la situation précaire dans laquelle elle se trouve. Longtemps soutenue par sa famille aisée, Hourya n’avait naïvement jamais pensé qu’elle devrait gagner sa vie et, malgré ses précédentes mésaventures, accordait plus d’importance à son travail qu’à son salaire. Terminer sa thèse lui ouvrirait ainsi la possibilité d’un poste de professeure, stable et mieux rémunéré. Profondément touchée par la confiance qui lui était faite, Hourya travaille dès lors tous les jours à la bibliothèque de l’Institut Henri Poincaré. Faire autrement, alors que lui avait été offerte la possibilité de se consacrer à la recherche, aurait été un déshonneur.

Le poste de chargée de recherche sur lequel elle est recrutée en 1979 n’était, en fait, qu’un poste d’accueil sur lequel elle était en détachement de son poste universitaire pour une durée maximale de quatre ans. Alors qu’elle se préparait à entamer sa troisième année sur ce poste, l’élection de François Mitterrand à la

Présidence de la République française change la donne. Le gouvernement socialiste modifie les statuts du CNRS, dont les membres n'étaient pas jusque-là fonctionnaires mais boursiers. Un choix est alors proposé à ceux occupant un poste d'accueil : la fonctionnarisation (et donc pérennisation) de leur poste ou un retour à l'université. Hourya choisit alors de rester au CNRS, orientant pleinement sa carrière vers la recherche.

Après le décès soudain de Roger Martin, Gilles-Gaston Granger devient le directeur de recherche de Hourya Benis-Sinaceur. Pendant sa thèse, elle travaille beaucoup avec l'équipe de logique de l'université Paris 7, ainsi qu'avec des mathématiciens et logiciens étrangers comme Solomon Feferman (1928-2016), Leon Henkin (1921-2006), Hans Hermes (1912-2003), Wilfrid Hodges (1941-), Georg Kreisel (1923-2015), Karen Parshall (1955-), Peter Roquette (1927-), Baartel van der Waerden (1903-1996).

Le sujet qu'elle choisit d'étudier pour sa thèse de doctorat – la naissance de ce que l'on appelle l'algèbre réelle et son lien avec la logique – est alors un sujet qui suscite peu d'intérêt en France, bien qu'étant en bonne place dans les manuels allemands. Le théorème de Sturm (dont nous parlons plus bas), point de départ de son travail, est considéré comme « caduc » par Bourbaki.

L'algèbre réelle n'est pas enseignée à l'université française. Si certains, comme Kreisel et Roger Martin, l'encouragent dans cette direction, son intérêt pour ces mathématiques apparemment obscures suscite le questionnement d'autres. Cela n'arrête pas Hourya qui, avec une intrépidité certaine, se plonge – largement seule – dans les textes. De sa thèse soutenue en 1987, elle fait la matière d'un ouvrage, *Corps et modèles*, publié en 1991, qui obtient le Grand prix du livre du Maroc. La même année, elle obtient la Médaille de bronze du CNRS.

Elle fait alors également la connaissance de la mathématicienne Marie-Françoise Roy (1950-), maîtresse de conférences puis professeure à l'université de Rennes. Celle-ci, ayant lu *Corps et modèles*, où elle dit avoir trouvé une inspiration mathématique, invite Hourya à présenter ses travaux en séminaire. Recevoir une telle considération de la part d'une mathématicienne importante a grandement conforté Hourya dans son travail. Leurs intérêts mutuels, notamment pour les méthodes algorithmiques et la place des femmes en sciences, ont donné naissance à une longue collaboration et amitié.

Docteure ès Lettres de l'université Paris 1 Panthéon Sorbonne, Hourya Benis-Sinaceur y a effectué toute sa carrière comme membre de l'Institut d'Histoire et Philosophie des Sciences et des Techniques[1]. Au fil des années, elle y a régulièrement enseigné la logique et la philosophie des mathématiques, et a dirigé un certain nombre d'étudiants et étudiantes en doctorat. Elle a endossé de nombreuses responsabilités au sein de la communauté académique française, et notamment au CNRS où elle s'est engagée dans l'organisation du Comité d'éthique du CNRS (COMETS) et la rédaction des comptes rendus de séances. Elle a été présidente de la section 35 (Sciences philosophiques et philologiques, sciences de l'art) du CNRS de 1991 à 1995, et membre du Conseil scientifique du Département Sciences de l'Homme et de la Société du CNRS (2001-2003). Internationalement reconnue et récompensée pour ses travaux, ses activités se sont étendues à de nombreux conseils scientifiques et d'administration, commissions d'organisation et sociétés savantes. En particulier, depuis 2005, elle est membre correspondante de l'Académie Internationale d'Histoire des Sciences. Depuis 1991, elle dirige la collection d'histoire et philosophie des sciences *Mathesis*, à la Librairie philosophique Vrin.

Émaillées de rencontres, donc, la vie et la carrière françaises de Hourya Benis-Sinaceur se sont construites

(1) https://www.ihpst.cnrs.fr/

autour et avec l’aide de personnes très bienveillantes. L’accueil qui lui a été fait a rendu moins douloureux un séjour qui aurait certainement pu l’être, en étant si loin de chez elle. Aussi remercie-t-elle souvent la France pour lui avoir donné ce qu’elle n’avait jamais demandé.

Si la carrière de Hourya Benis-Sinaceur s’est très largement faite sur la rive française, elle n’a pour autant jamais réellement quitté les rives du Maghreb. Une fois en poste à l’université puis au CNRS, elle a régulièrement participé à la vie académique et scientifique au Maroc, en Algérie et en Tunisie.

En Algérie, elle se rend souvent à Oran ou Alger pour parler d’histoire des mathématiques. En Tunisie, elle participe aux activités de l’Académie tunisienne des sciences, des lettres et des arts Beït El Hikma à Tunis, en particulier lorsqu’elle était dirigée par Abdelwahab Bouhdiba (1932-) entre 1995 et 2010, autour de thèmes culturels plus larges. Aujourd’hui, elle est membre associée étrangère du conseil scientifique de l’Académie.

Au Maroc, elle est fréquemment invitée par les instituts français de Casablanca, Rabat, Meknès, Fès, et Marrakech. Elle a contribué régulièrement à la revue *Lamalif*. Elle a donné de nombreuses conférences d’histoire des mathématiques à la faculté de mathématiques de l’Université de Rabat et à l’Institut National de Statistiques et d’Économie Appliquée (INSEA). Elle a également été associée de manière régulière aux activités de l’Institut universitaire de la recherche scientifique (IURS) de Rabat, alors dirigé par Abdelkhebir Khatibi (1938-2009), où elle participait aux réflexions sur des problèmes plus globaux comme l’éducation et la formation universitaire au Maroc.

Le 31 juillet 2014, elle est décorée du Wissam Alaouite par Sa Majesté le Roi Mohammed VI.

2.Dans la complexité vivante de la connaissance : philosophie et histoire

Attentive à la fois aux pratiques et techniques mathématiques les plus récentes, et à la profondeur historique qui en forme la matière sans en épuiser le sens, Hourya Benis-Sinaceur hérite de la longue tradition de l'épistémologie historique « à la française ». Cette tradition, que l'on fait naître dans les travaux de Léon Brunschvicg (1869-1944) et Gaston Bachelard (1884-1962), dont Jean Cavaillès fut l'élève, a été continuée notamment par son condisciple et compagnon de résistance Georges Canguilhem, ainsi que par ses élèves comme Jules Vuillemin ou Gilles Gaston-Granger. L'enseignement de Georges Canguilhem, suivi par Hourya Benis-Sinaceur à la Sorbonne, lui a donné l'exemple vivant d'une philosophie régionale, appuyée sur des textes et des problèmes précis, avare en généralisations, ouverte sur des perspectives singulières et profondes. Il faut également rappeler, en France, l'héritage du philosophe Auguste Comte (1798-1857) : le refus d'une épistémologie trop abstraite, qui n'aurait pas pris le temps d'explorer la complexité vivante de la connaissance et des pratiques scientifiques telles qu'elles s'élaborent et évoluent. Il s'agit, et ce n'est pas une tâche facile, d'écrire une philosophie des sciences non seulement attentive à l'histoire mais surtout « sans gommer les divergences, les temps morts, les oublis, les retards, le hasard » ([4], p. 31), sans effacer ces évolutions qui se font, disait Cavaillès, « par approfondissement et rature ».

2.1 L'héritage de Jean Cavaillès, les mathématiques comme un « tissu vivant »

L'influence la plus forte, la plus présente dans l'œuvre de Hourya Benis-Sinaceur est celle de Jean Cavaillès, maître de ses maîtres et dont la lecture fut fondatrice, nous l'avons évoqué, pour son entrée dans la philosophie des mathématiques. Benis-Sinaceur a tourné cet héritage en une pratique réflexive, et a écrit un nombre important d'études sur Cavaillès. Ces études sont autant de manières de réfléchir sur sa propre méthodologie et son propre rapport à la philosophie, à l'histoire, aux mathématiques.

Un des grands mérites des travaux de Benis-Sinaceur est sans aucun doute de rendre accessible la pensée de Cavaillès à un large public. Philosophe à l'écriture très concise et exigeante, profondément intéressé par les innovations mathématiques de son époque, Cavaillès demande beaucoup à son lecteur. Comme Benis-Sinaceur le rappelle, Gaston Bachelard nous avait prévenus : « pour lire Cavaillès, il faut travailler ». Les travaux de celui-ci se distinguent en particulier par leur acuité mathématique, par la connaissance de travaux difficiles qui traversent toute l'histoire des mathématiques des XIX^{e} et XX^{e} siècles, de la géométrie projective à la théorie des groupes, des géométries non euclidiennes à la théorie des probabilités, de la théorie des ensembles à la théorie des corps, et les grandes questions épistémologiques qui les parcourent : méthode axiomatique, paradoxes, formalisme, intuition, rigueur… En logique, il s'est intéressé à des questions pointues et contemporaines : prédicativité, calculabilité, axiome du choix, hypothèse du continu, complétude, catégoricité… Une approche ample et multiple, qui puisait à la fois dans l'histoire, les mathématiques et la logique et qui, certainement, n'a pas été sans inspirer Hourya Benis-Sinaceur.

Philosophe à l'œuvre aussi courte que dense, puisqu'il meurt le 4 avril 1944 fusillé par les Nazis, Jean Cavaillès est un auteur saisissant, qui entraîne son lecteur au plus profond des « mécanismes de création » de la pensée mathématique et de la pensée rationnelle même. Benis-Sinaceur rappelle, dans *Jean Cavaillès. Philosophie mathématique* ([6]), ce témoignage précieux de Jean-Toussaint Desanti[(1)] :

> [Cavaillès] ne nous tenait pas de discours « à propos des mathématiques », ni « à propos de la logique ». Il nous faisait entrer dedans avec lui… Il n'exposait pas une « philosophie des mathématiques » qui eût livré sur l'objet une vue extérieure. Il s'efforçait de montrer l'objet lui-même, selon les exigences nécessaires de son mouvement de constitution.

De même, lorsque Hourya Benis-Sinaceur s'est confrontée aux écrits de Cavaillès, ses propres difficultés à les comprendre l'ont poussée à se tourner vers les mathématiques elles-mêmes. Et c'est d'abord en l'abordant par les textes mathématiques qu'il commentait, puisque ses recherches personnelles et son intérêt pour l'algèbre réelle et la théorie des modèles l'avaient amenée à étudier les textes des mathématiciens de l'école algébrique allemande et des logiciens, théoriciens de la démonstration et des modèles, qu'il lui fut possible de pleinement comprendre ce que Cavaillès avait écrit.

(1) Souvenir de Jean Cavaillès, introduction de J. Cavaillès, *Méthode axiomatique et formalisme.*

Dans *Jean Cavaillès. Philosophie mathématique*, qui « n'a pas l'ambition de remplacer le travail requis [pour lire Cavaillès] mais d'y aider » (p. 14), Benis-Sinaceur isole trois questions qui ont guidé « l'itinéraire [que Cavaillès] a tracé de l'histoire des mathématiques à la philosophie » (*ibid.*). Chacune de ces questions est « inscrite dans l'un des trois livres qu'il a écrits », ses deux thèses de 1938, *Remarques sur la formation de la théorie abstraite des ensembles* et *Méthode axiomatique et formalisme,* et *Sur la logique et la théorie de la science* ouvrage posthume (publié en 1947, mais écrit en 1942 lorsque Cavaillès était prisonnier de guerre). La succession de ces textes est un élément essentiel pour comprendre la pensée de Cavaillès « qui avance généralement sur plusieurs axes à la fois et tisse des réseaux sur divers plans » (*ibid.*) : « 1) Qu'est-ce que l'histoire d'une science déductive ? (…) 2) Comment et sur quel terrain poser le problème du fondement des mathématiques ? (…) 3) Qu'est-ce qu'une théorie de la science ? » (*ibid.*, p. 15).

Pour Cavaillès, héritier sur ce point de Spinoza (1632-1677), philosopher, c'est comprendre. Et l'une des questions qui l'intéresse particulièrement est de comprendre la « singularité » des mathématiques, de « "comprendre" le processus des créations mathématiques, indépendamment de la question de savoir quels autres processus extérieurs à lui, en dépendent ou le conditionnent » (*ibid.*, p. 38-39). L'investigation philosophique de Cavaillès pense le mouvement de la connaissance comme son essence. Comprendre la pensée mathématique signifie donc comprendre son progrès, son développement. L'histoire se présente alors comme centrale à l'investigation. En cela, Cavaillès suit son maître Léon Brunschvicg, dont il considère le livre *Les étapes de la philosophie mathématiques* (1912) comme un modèle. Travailler avec l'histoire des mathématiques, c'est savoir que l'on travaille avec une matière vivante, avec un « organisme en constante croissance », « un *devenir* » ([7], p. 153). Mais l'histoire est *matière* à philosophie, elle « n'est guère qu'occasion de réfléchir » écrit Cavaillès. Elle est, en somme, « un lieu d'exercice » pour la pensée.

Un des grands enjeux que soulève Cavaillès, et que Benis-Sinaceur reprend à son compte, est de comprendre comment concilier la nécessité portée par l'architecture des mathématiques, et le fait qu'elles aient une histoire :

> Le développement des mathématiques est nécessaire non en ce qu'il suit des lignes préétablies, prévisibles, ou obéit à un dessein, mais en ce qu'il

> se déploie par construction de relations entre des résultats que leur connexion rationnelle soustrait pour ainsi dire à la contingence. L'architecture élimine le contingent. (…) Ce n'est pas que la contingence soit radicalement absente de l'histoire. Mais c'est qu'elle ne constitue pas une bonne explication du devenir mathématique. (…) Ce qui caractérise le devenir mathématique, ce n'est pas ce qui a en lui d'historiquement contingent, et qu'il partage avec toute autre production intellectuelle ou simplement humaine, c'est le fait que ce devenir se révèle porteur de nécessité. ([6], p. 47)

Le grand livre de Hourya Benis-Sinaceur, *Corps et modèles*, tiré de sa thèse de doctorat et publié en 1991, est un exemple frappant de cet héritage cavaillésien. L'ouvrage s'ouvre, d'ailleurs, sur une citation de Cavaillès lui-même :

> … est philosophique toute exigence d'éclaircissement que ne satisfont pas actuellement ou dans leur développement normal les instruments des techniques scientifiques.

Dans *Corps est modèles*, Benis-Sinaceur se donne pour mission de pister la rencontre, faite de « hasard, d'oublis, de retards », entre un moment apparemment singulier et pointu de l'histoire des mathématiques du

XIX^e siècle (la détermination d'un algorithme permettant de calculer les racines réelles d'un polynôme dans un intervalle donné) et le développement de la logique au XX^e siècle. Cette rencontre ne fut possible que par la médiation du développement de l'algèbre abstraite et, en particulier, de ce que l'on appelle l'algèbre réelle. Fidèle aux textes dans leur forme originale, à leur « identité » comme à leur diversité formelle, suivant leurs mouvements effectifs, *Corps et modèles* vise à « restituer le mouvement complexe, multiple, imprévu » de l'histoire, en l'occurrence celle de « l'algèbre réelle » ([4], p. 363) et de sa rencontre avec la logique. Cette fidélité permet aussi, alors, de trouver « parfois quelques traits perdus ou l'indice de fausses reconnaissances » (p. 21). Nous y reviendrons. Mais il s'agit aussi, et surtout, d'indiquer un « changement de signification » profond dans les rapports entre mathématiques et logique. Par sa méthode, cet ouvrage est une continuation directe de l'héritage cavaillésien. L'analyse historique s'y nourrit de questionnements philosophiques et la réflexion épistémologique s'y enracine dans les analyses historiques fines et rigoureuses d'épisodes de l'histoire des mathématiques, non sans rappeler Cavaillès. Dans un autre passage, elle a qualifié cette approche d'épistémologie « du dedans », une référence à la poésie d'Henri Michaux et son « espace du dedans », autant qu'à la saisie de cette « perspective interne au déploiement mathématique » dont elle hérite de Cavaillès.

L'étude menée dans *Corps et Modèles* est ample. Elle touche à plusieurs siècles d'algèbre et de logique. Les travaux de Hourya Benis-Sinaceur poursuivent et étendent les directions ouvertes dans cet ouvrage : de Sturm à Tarski, de Leibniz à Gödel, en histoire de l'algèbre et de la géométrie algébrique, en histoire de la logique et de la théorie des modèles, en histoire des recherches fondationnelles en mathématiques et également en histoire de la philosophie des mathématiques. En travaillant le texte mathématique comme on analyse un texte littéraire, Hourya Benis-Sinaceur peut montrer « la convergence de recherches d'abord séparées par un décalage historique ou des disparités de langage » (*ibid.*, p. 68). Saisissante illustration d'un « temps mathématique qui se distingue de la chronologie des dates » (*ibid.*, p. 349), l'histoire qu'écrit Benis-Sinaceur repose sur une précision technique sans technicité, sur ce qu'elle appelle elle-même une approche « descriptive », mais qui n'en devient jamais superficielle.

Il faut également souligner la postérité et l'actualité épistémologique de *Corps et Modèles*, encore aujourd'hui : en philosophie bien entendu, en logique également, et en mathématiques enfin comme en témoignent notamment les travaux des mathématiciens Marie-Françoise Roy et Henri Lombardi (1945-).

2.2 Autour des fondements des mathématiques au XIX^e siècle

Nous avons raconté, au début de cet ouvrage, le premier contact de Hourya Benis-Sinaceur avec les textes mathématiques du XIX^e siècle pendant un cours de Vuillemin à l'ÉNS portant sur les *Paradoxes de l'infini* de Bernard Bolzano. Fascinée par cette question, elle avait entrepris de traduire l'essai de Bolzano pour mieux en cerner les déterminations mathématiques et les enjeux philosophiques – traduction qui ne fit l'objet d'une publication ([11]) que bien plus tard, en 1993[(1)].

Les travaux de Bolzano furent, nous l'avons dit, le sujet du premier article publié par Hourya Benis-Sinaceur, en 1973. Dans cet article, elle s'empare d'une question alors très actuelle dans la recherche en histoire des mathématiques : les liens entre les travaux des mathématiciens Cauchy et Bolzano. La question du

(1) Après même la participation de Benis-Sinaceur à un recueil de traductions ([10]) intitulé *Logique et fondements des mathématiques*, paru en 1992, et dans lequel elle présente et traduit des textes de Bolzano, Cantor et Hilbert.

rapport entre les travaux de ces mathématiciens se pose « naturellement » car tous deux inaugurent, chacun de leur côté, des réflexions importantes sur des questions de rigueur et de fondements d'une partie des mathématiques, l'analyse. En 1821, Cauchy publiait son fameux *Cours d'analyse de l'École royale polytechnique*, dans lequel il proposait une (re)fondation rigoureuse de l'analyse, et qui fut capital pour le développement de celle-ci. Quatre ans plus tôt, en 1817, Bolzano publiait le « *Rein Analytischer Beweis* »(1), dans lequel il poursuivait un but similaire : introduire un ordre de dépendance logique entre les théorèmes de l'analyse. La présence, dans l'essai de Bolzano, de définitions et énoncés importants du *Cours d'analyse* (par exemple, la définition de la continuité d'une fonction ou le théorème de convergence que l'on nomme « critère de Cauchy ») soulève à la fois des questions d'ordre historique (priorité d'invention, liens avérés entre les

(1) Rein Analytischer Beweis des Lehrsatzes, dass zwischen je zwey Werthen, die ein entgegen gesetztes Resultat gewähren, wenigstens eine reelle Wurzel der Gleichungliege *(Abhandlung. der Kön. Böhm. Gesell. der Wiss.,* Prag, 1817). « Démonstration purement analytique du théorème : entre deux valeurs quelconques qui donnent deux résultats de signes opposés se trouve au moins une racine réelle de l'équation », traduction française par J. Sebestik, *Revue d'Histoire des Sciences,* t. XVII, 1964, p. 129-164.

auteurs) et d’ordre épistémologique : « une réponse exacte aux questions [historiques] ne contraint-elle pas, par les points qu'elle amène à préciser, à certaine rectification de la conception traditionnellement reçue du développement de l'analyse au XIX^{e} siècle ? » ([68], p. 97-98).

Après avoir souligné à quel point une filiation historique est improbable, Benis-Sinaceur compare les styles et les buts des travaux de Cauchy et Bolzano, et met en avant la différence importante entre les programmes et pratiques de ces mathématiciens. Le premier s’intéresse aux applications mathématiques concrètes, à la possibilité de résoudre des problèmes, il donne peu de preuves et s’appuie plus volontiers sur des exemples. Le second met l’accent sur la « rigueur théorique », sur la démonstration formelle et analytique des résultats, sur le statut des objets mathématiques et l’architecture des théories – quitte à ‘alourdir’ la présentation. La conclusion à laquelle arrive Benis-Sinaceur – au-delà de la réfutation d’un possible plagiat de l’un sur l’autre – est que finalement, la question est mal posée.

Une approche similaire est appliquée à la comparaison entre les travaux sur les fondements des mathématiques de Bolzano et ceux du philosophe Gottlob Frege

(1848-1925), dans un article titré « Bolzano est-il le précurseur de Frege? » publié en 1975. Procédant à nouveau à une analyse détaillée des textes de chaque auteur, elle disqualifie la question et conclut :

> C'est dire combien il importe de s'en tenir dans l'histoire de la fondation de l'arithmétique aux éléments de fait, c'est-à-dire effectivement réalisés, sans prêter plus aux textes qu'ils ne nous apportent. ([71], p. 303)

Dès ses premières publications, Benis-Sinaceur met en avant le principe central de son œuvre : la fidélité aux textes, l'importance d'éviter les rapprochements (entre textes, idées, concepts, pratiques…) sur la base d'intuitions, d'impressions, d'interprétations trop libres, et de se reposer exclusivement sur des éléments concrets, des preuves historiques et textuelles. Cela permet de poser les bonnes questions.

Un exemple particulièrement significatif de l'application de ce précepte – et de sa fécondité – peut être trouvé dans les travaux de Benis-Sinaceur sur le mathématicien allemand Richard Dedekind. Déjà présent en amont de *Corps et modèles*, acteur notable des travaux de Cavaillès, Dedekind fait partie de ses grandes amours philosophico-mathématiques et tient une place importante dans ses travaux. À l'occasion de l'année

« Mathématiques 2000 », Hourya Benis-Sinaceur a entrepris de réviser la traduction des deux essais majeurs de Dedekind sur les fondements des mathématiques ([15]) : *Stetigkeit und irrationale Zahlen* (*Continuité et nombres irrationnels,* 1872) et *Was sind und was sollen die Zahlen?* (*Que sont les nombres et à quoi servent-ils ?,* 1888)(1). Dans le premier texte, Dedekind donnait une définition arithmétique rigoureuse des nombres réels avec la méthode des « coupures » encore utilisée aujourd'hui. Dans le second, il proposait une définition ensembliste des entiers naturels, introduisant à nouveau des notions devenues fondamentales de nos jours. À ces textes, Benis-Sinaceur a ajouté une sélection d'écrits inédits en français. Les traductions sont rigoureuses, précises et fidèles. Les annotations et analyses développées en introduction de chaque texte présentent le contexte historique et philosophique, en déplient les difficultés, et montrent les apports des travaux de Dedekind aux mathématiques modernes.

Inventeur de concepts clefs pour les mathématiques contemporaines et acteur décisif du développement des mathématiques dites « structurales » et de la naissance de la théorie des ensembles, Richard Dedekind est

---

(1) Une première traduction en français avait été proposée par Judith Milner en 1978, avec l'aide de Hourya Benis-Sinaceur.

perçu par beaucoup de mathématiciens et de philosophes comme l'un des pères de notre modernité mathématique. Il est souvent tentant de retrouver nos propres conceptions et pratiques dans les grandes figures que l'on identifie comme nos précurseurs. Pourtant, à trop se chercher soi-même dans ces grands noms historiques, le spectre de l'illusion rétrospective n'est jamais loin. On court le risque de lisser les aspérités de l'histoire, d'adopter « de l'histoire une vue fictive et non pas effective » ([4], p. 139). Dans la philosophie des mathématiques contemporaines, Dedekind apparaît souvent comme l'un de nos précurseurs, mais il apparaît alors *seulement* comme précurseur et est trop souvent détaché de son siècle d'origine. Ses textes sont alors plongés anachroniquement dans des problématiques contemporaines qui lui étaient étrangères. Or, comme l'a souvent souligné Benis-Sinaceur, il importe, lorsque l'on fonde une réflexion philosophique sur des textes d'histoire des mathématiques, de faire une claire distinction entre ce qu'a écrit l'auteur original, et ce que l'on dit soi-même en prenant ces textes comme matériau d'une réflexion philosophique.

Suivant cette volonté d'une lecture objective qui ne déborde pas des textes, les travaux de Benis-Sinaceur replacent les mathématiques et les réflexions philosophiques de Dedekind dans leur contexte, en faisant voir leur grande richesse et leur originalité, et en mettant en avant la continuité fine qui se tisse de Carl Friedrich Gauss (1777-1855) et Johann Peter Gustav Lejeune Dirichlet (1805-1859) à David Hilbert et Emmy Noether (1882-1935). La lecture que fait Hourya Benis-Sinceur des travaux de Dedekind, attentive au grain et aux subtilités de l'histoire, permet de comprendre la véritable originalité de cet auteur, et sa place dans l’histoire des mathématiques et de la logique.

L’une des questions centrales est celle de la logique et de son statut dans l’épistémologie dedekindienne. Un certain nombre d’interprétations des travaux de Dedekind le présentent comme « logiciste », c’est-à-dire comme représentant de la doctrine, initiée par le mathématicien et philosophe Gottlob Frege (1848-1925), selon laquelle les concepts mathématiques peuvent (et doivent) être réduits à la seule logique. Ces interprétations s’appuient sur une affirmation de Dedekind en préface de *Was sind und was sollen die Zahlen*? :

> En considérant l’Arithmétique (l’Algèbre, l’Analyse) comme une simple partie de la logique, j’exprime déjà que je tiens le concept de nombre pour totalement indépendant des représentations ou intuitions de l’espace et du temps, et que j’y vois

> plutôt une émanation directe des pures lois de la pensée. (*Was sind und was sollen die Zahlen?,* p. 134-135)

Or bien que Dedekind et Frege partagent une volonté d'évincer l'intuition et l'expérience spatio-temporelle des mathématiques et de la remplacer par une approche 'logique', comme le montre Hourya Benis-Sinaceur, cela ne signifie pas pour autant qu'ils partagent la même conception de ce que signifie « logique », ni les mêmes « buts fondamentaux », et moins encore qu'ils « suivent le même chemin pour y parvenir » ([58], p. 2). Le nœud le plus important que dénoue Benis-Sinaceur est celui des différences fondamentales entre les conceptions de ce qu'est la logique et de son rôle chez chacun de ces deux mathématiciens – et en particulier, chez Dedekind, pour qui ce travail n'avait jamais été fait. Suivant une tradition importante au XIXe siècle, la logique pour Dedekind correspond aux « lois de la pensée »(1). Les concepts ensemblistes qu'utilise Dedekind sont alors « logiques » au sens où, d'une part, ils sont plus généraux que les opérations

(1) Bertrand Russell, dans *The Problems of Philosophy* (1912), explique que les lois de la pensée sont non pas les lois selon lesquelles nous pensons, mais ces lois telles que si nous pensons selon elles, alors nous pensons de manière *vraie*.

arithmétiques (qu'ils servent à définir), et où, d'autre part, « ils constituent le pouvoir créatif de l'esprit » (*ibid.,* p. 3). Cette analyse met en exergue les différences fondamentales et inconciliables entre les conceptions des mathématiques et de la logique de Dedekind et de Frege. Elles sont, pour Benis-Sinaceur, une preuve que les critères du logicisme ne peuvent être appliqués à Dedekind.

À nouveau, la question était sans doute mal posée. Benis-Sinaceur va alors plus loin et met au jour la singularité de la conception de Dedekind et l'architecture philosophique soutenant ses travaux. En particulier, contextualiser les recherches fondationnelles de Dedekind dans l'ensemble de sa large œuvre mathématique est essentiel pour mieux les comprendre. Déplaçant ainsi la question, elle montre que c'est *l'arithmétique* qui est fondamentale pour Dedekind plus que la logique. Cette dernière est, ici, « l'arithmétique prise généralement ». Nous pouvons alors comprendre que lorsque Dedekind affirme que l'arithmétique est une partie de la logique, il affirme « que l'arithmétique fournit aussi une norme rationnelle (logique) de pensée » (*ibid*., p. 56), et non pas que l'arithmétique doit être réduite à la logique.

2.3 Le théorème de Sturm au XIX^e siècle

Le point de départ – et finalement, le cœur – de *Corps et modèles* se trouve dans un théorème d'algèbre du mathématicien français Charles François Sturm (1803-1855) publié en 1835[1] (mais présenté à l'Académie des Sciences dès 1829), et sur lequel Hourya Benis-Sinaceur a écrit plusieurs travaux importants. Ce théorème fournit un algorithme pour calculer le nombre de racines réelles d'une équation polynomiale à coefficients réels dans un intervalle donné. Cela peut permettre, alors, de calculer des solutions numériques des équations.

Ce théorème, unique apport de Sturm à l'algèbre, est le fruit d'un « heureux hasard », découvert alors que son auteur travaillait sur certaines équations différentielles en mécanique analytique et céleste. Soulignant ce « lien *organique* » entre le théorème de Sturm et ses travaux de mécanique céleste, Hourya Benis-Sinaceur en retrace le contexte et les étapes illustrant ainsi la rencontre féconde entre les disciplines mathématiques. Souligner ainsi les apports mutuels des différentes disciplines mathématiques participe d'une grande attention

---

(1) Sturm Charles, 1835, Sur la résolution des équations numériques, *Mémoires présentés par divers Savants étrangers à l'Académie Royale des Sciences, section Sc. math. phys.,* VI, p. 273-318.

portée à la circulation des savoirs, se détachant d'une histoire des mathématiques purement conceptuelle et décontextualisée. Cette attention aux conditions épistémologiques et sociales de production des savoirs marque profondément à la lecture de l'ouvrage, et consonne fortement avec des approches qui ont été largement développées par la suite en histoire des mathématiques et dans la philosophie dite des pratiques mathématiques.

Sturm voit tout de suite l'importance de son résultat, importance qui est également saisie par ses contemporains, auprès de qui il a un « impact immédiatement très vif ». Découvert à une époque de recherches très actives sur les questions de résolution algébrique et numérique des équations, ce que nous appelons depuis lors le « théorème de Sturm » comble, en effet, une lacune importante de la théorie des équations. D'une part, il permet de contourner les limites posées par les difficultés que présentent la résolution algébrique des équations (par radicaux, au moyen de racines carrés, cubiques, etc.), dont on sait depuis les travaux d'Abel en 1824[(1)] qu'elle est impossible au-delà du degré 5. D'autre part,

---

(1) N. H. Abel, *Mémoire sur les équations algébriques, où l'on démontre l'impossibilité de la résolution de l'équation générale du cinquième degré,* Christiana, 1824.

il permet aussi de dépasser les méthodes de résolution numérique proposées avant lui, largement reconnues comme impraticables.

Quelques années plus tard, les mathématiciens James Joseph Sylvester (1814-1897)[1] et Charles Hermite (1822-1901)[2] s'attachent à prouver le théorème de manière purement algébrique. Ce faisant, ils « démontrent un énoncé plus général et, à certains égards, différent de celui de Sturm » (*ibid.*, p. 125). Dans ces réécritures et réappropriations du théorème de Sturm par ses contemporains, se trouvent des déplacements du théorème qui prend alors un sens nouveau, qui *devient*, même, un théorème *différent*, écrit Benis-Sinaceur, soulignant l'importance de penser les résultats mathématiques dans leur contexte d'élaboration pour

---

(1) J. J. Sylvester, 1839, Note sur le théorème de Sturm, Appendice à On rational derivation from equations of coexistence, that is to say, a new and extended theory of elimination. Part I. *Phil. Mag. 15*, p. 428-435.
J. J. Sylvester, 1841, On the relations of Sturm's auxiliary functions to the roots of an algebraic equation. *Plymouth british ass. report, p*. 23-24.

(2) Charles Hermite., 1852, Sur l'extension du théorème de M. Sturm à un système d'équations simultanées, *C.R.A.S* 35*,* repr. dans ses *Œuvres*, t. I, p. 281-283, (Paris : Gauthier- Villars, 1905-1917).
Charles Hermite, 1853, Remarques sur le théorème de M. Sturm, *C.R.A.S* 41, repr. dans ses *Œuvres*, t. I, p. 184-287.

comprendre leur signification et caractériser leur contenu, pour comprendre également les conditions de possibilité pour poser certaines questions.

Le théorème de Sturm connaîtra, dans l'algèbre réelle et dans la théorie des modèles, de nouvelles vies supplémentaires. S'agit-il du « *même* théorème de Sturm », à travers des différentes « révisions » et « réformes » ? L'analyse historique peut-elle faire « l'économie du temps », des « conditions de production » et du « style propre » des œuvres pour ne s'intéresser qu'aux « résultats bruts » et à une « permanence d'un contenu supposé identique à travers l'identité de sa fonction technique » (*ibid.*, p. 139-140) ? Certainement pas.

2.4 Histoire de l'algèbre réelle et axiomatique

Le théorème de Sturm semble d'abord tomber dans l'oubli avec l'avènement de l'algèbre des structures au début du XX^{e} siècle. En effet, le mouvement qui s'amorce avec les travaux de Galois déplace la question de la résolution des équations polynomiales à la question de leur *résolubilité*. Il ne s'agit alors plus de fournir des solutions explicites mais de pouvoir répondre à la question de la possibilité de résoudre les équations. Mais c'est pour mieux renaître avec elles puisque c'est avec la théorie des corps réels d'Emil Artin (1898-

1962) et Otto Schreier (1901-1929) qu'il revient sur le devant de la scène. La seconde étape de l'histoire dépliée par *Corps et Modèles* prend donc place dans les années 1920, lorsque l'algèbre devient la théorie des structures algébriques. L'étude de la naissance de l'algèbre abstraite, et plus particulièrement de ce que l'on appelle, après Artin et Schreier, l'algèbre réelle, constitue un autre pan important et original de l'œuvre de Benis-Sinaceur. Un pan qui confirme que, pour elle, la technicité et la difficulté mathématiques ne sont jamais des obstacles à l'analyse historique et philosophique.

Dans un article de 1926[(1)], Artin et Schreier développent « l'algèbre réelle », au cours d'efforts pour résoudre le dix-septième problème de Hilbert[(2)]. L'algèbre réelle est l'algèbre des corps[(3)] dans lesquels –1 ne peut pas s'écrire

---

(1) Artin Emil, Schreier Otto, 1926, Algebraische Konstruktion reeller Körper, *Abh. Math. Sem. Hamburg*, 5, p. 85-99.

(2) Il s'agissait de déterminer si l'on peut écrire tout polynôme à coefficients réels ne prenant jamais de valeurs négatives comme une somme de carrés dans le corps des réels. Artin montré que c'était le cas sur le corps des réels, puis sur tout corps réel clos.

(3) En algèbre, un corps est un ensemble K muni de deux lois (opérations) internes que l'on peut noter + et × et qui vérifient :
- Pour tous éléments a, b dans K, $a + b$ est aussi dans K.
- Pour tous éléments a, b et c dans K, $(a+b) + c = a + (b + c)$ (on dit que + est associative).
- Il existe un élément dans K, noté ici 0 et appelé élément neutre pour +, tel que, pour tout a dans K, $0 + a = a + 0 = a$.

comme somme de carrés d'éléments de ce corps[1]. La généalogie conceptuelle de cette nouvelle branche de l'algèbre, depuis la définition du corps des réels par Richard Dedekind en 1872[2], montre comment la théorie d'Artin et Schreier, en exhibant les fondements d'une théorie algébrique des réels, construit un « pont tant

---

- Pour tout élément a dans K, il existe un élément b dans K tel que $a + b = b + a = 0$. On appelle b le symétrique de a pour $+$.
- Pour tous éléments a, b dans K différents de 0, $a \times b$ est aussi dans K.
- Pour tous éléments a, b, c de K différents de 0, $(a \times b) \times c = a \times (b \times c)$ (on dit que $\times$ est associative).
- Il existe un élément de K, noté ici 1 et appelé élément neutre pour $\times$, différent de 0, tels que pour tout a dans K , $1 \times a = a \times 1 = a$.
- Pour tout élément a (différent de 0) dans K, il existe un élément b (différent de 0) dans K tel que $a \times b = b \times a = 1$. On appelle b le symétrique de a pour $\times$.
- Pour tous a, b, c dans K , $a \times (b + c) = a \times b + a \times c$, et $(b + c) \times a = b \times a + c \times a$ (on dit que $\times$ est distributive à droite et à gauche sur $+$).

(1) C'est-à-dire que l'on ne peut pas écrire -1 sous la forme $x^2 + y^2$ avec x, y élément du corps. Ou, ce qui revient au même, si $x^2 + y^2 = 0$, alors $x^2 = 0$ et $y^2 = 0$. C'est le cas, par exemple, du corps des nombres réels.

(2) Dans *Stetigkeit und irrationale Zahlen*, où Dedekind définit les nombres réels au moyen des coupures (dites de Dedekind). Il avait défini le concept de corps l'année précédente dans le Supplément XI des *Leçons de théorie des nombres* de Lejeune Dirichlet dont il était éditeur.

attendu *de* l'analyse *vers* l'algèbre » ([4], p. 175). Benis-Sinaceur nous invite alors à suivre de proche en proche chaque étape précédant l'invention de cette nouvelle branche de l'algèbre.

L'étude du choix terminologique de l'expression « algèbre réelle » permet de mieux comprendre ce « pont » que la théorie bâtit entre algèbre et analyse (réelle). Depuis Cauchy, l'analyse s'était développée en deux volets : théorie des fonctions de variables complexes et théorie des fonctions de variables réelles. Ce deuxième volet de l'analyse devient une « discipline autonome et bien fondée » à la fin du XIX^e siècle, après qu'a été donnée une définition rigoureuse de l'ensemble des nombres réels. L'analyse réelle est « en pleine croissance »(1) lorsqu'Artin et Schreier élaborent leur théorie des corps réels (de 1924 à 1927), mais l'expression même « algèbre réelle » est introuvable dans les textes précédant Artin et Schreier(2). L'introduction de cette

---

(1) Cf. notamment les travaux d'Émile Borel (1871-1956) et Henri Lebesgue (1875-1941).

(2) L'école algébrique américaine utilise toutefois l'expression « *real algebra* » où « 'Algèbre' est (…) synonyme de 'structure algébrique de corps' et 'algèbre réelle' veut dire 'structure algébrique du corps des nombres réels' » ([4], p. 171). Mais alors que leur « effort d'abstraction » porte sur le corps des nombres réels et le corps des nombres complexes, consistant

expression par Artin et Schreier « signale [un] tournant essentiel dans le développement des recherches algébriques » (*ibid.*, p. 171). Prenant part à la « réforme axiomatique et conceptuelle qui acheva de transformer l'algèbre classique des équations en théorie abstraite des structures » (*ibid.*, p. 146), ils travaillent sur des « concepts pris *en toute généralité* » : les concepts de « corps réels » et « corps réel clos » désignent des concepts généraux, abstraits, dont le corps des nombres réels est une instance, un modèle (parmi d'autres). Leur théorie vise à caractériser ce que l'on appelle une classe de corps, c'est-à-dire *tous* les corps réels clos et non pas le seul corps des nombres réels – c'est-à-dire, finalement, à travailler sur un corps réel clos *quelconque*[1].

Le développement de l'algèbre des structures est intimement lié au développement de l'axiomatique, et le travail d'Artin et Schreier y joue un rôle central. Or le développement de cette algèbre axiomatique, structuraliste est, pour Artin, lié au « mouvement de la

alors en l'axiomatisation de *structures existantes*, en une axiomatique *concrète,* dans les travaux qui se développent dans les années 1920 à Göttingen et Hambourg, il n'est question que de concepts « en toute généralité », d'une axiomatique *abstraite*.

(1) Il existe des énoncés dans le corps des réels qui ne sont pas généralement vrais pour n'importe quel corps réel clos. Ces énoncés ne font pas partie de l'algèbre réelle.

découverte en mathématique » (*ibid.*, p. 188). Les concepts de « l'algèbre axiomatique » ont ceci de puissant et d'attrayant pour les mathématiciens qu'ils ont un « pouvoir à la fois organisateur et opératoire », vu déjà par Galois et Dedekind et « amplement mis en évidence » par Hilbert. Cette axiomatique abstraite est à rapprocher de « l'esprit logique » qui était « déjà à l'œuvre d'une façon implicite dans les travaux de l'algèbre abstraite » (*ibid.*, p. 177). La recherche d'une axiomatique, héritée de Hilbert, est celle d'une assurance de la solidité des fondations et « n'est pas réfractaire aux croisements des disciplines. Bien au contraire » (*ibid.,* p. 209). On pourrait sans doute être tenté de voir dans cet esprit logique, une sorte de formalisme aride, repassant derrière l'invention mathématique pour produire un squelette abstrait et rigoriste de la théorie. Il n'en est rien. Comme Hourya Benis-Sinaceur le montre bien dans plusieurs de ses travaux, l'axiomatique hilbertienne se présente comme un outil de découverte, d'exploration et, en tant que telle, elle est une méthode d'une « fécondité inépuisable ». La méthode axiomatique est aussi le terreau sur lequel s'est édifiée en France l'aventure de Nicolas Bourbaki, mais également les philosophies de Jean Cavaillès et d'Albert Lautman. Elle a ainsi joué un rôle central dans le développement des mathématiques modernes, comme dans celui de la philosophie des mathématiques contemporaine.

Si « le pouvoir symbolique de l'algèbre, offrir un langage universel, recueillait dans les années 30 une vaste adhésion », les questions liées à la continuité des nombres réels semblaient lui résister. Malgré les résultats de Dedekind et Hilbert, « il n'était pas du tout acquis que ces propriétés pussent être traduites algébriquement d'une façon qui ne laissât rien perdre des richesses de l'analyse » (*ibid.*, p. 174-175). Avec le développement de la topologie, l'algébrisation de l'ensemble des nombres réels a pu même sembler superflue. Or

> [c]e que montre, à la surprise de tous et à la grande admiration de quelques-uns, la théorie d'Artin et Schreier, c'est que la relation d'ordre sur le corps des nombres réels *n'est pas indissociable* de sa topologie. Au contraire, elle est définissable algébriquement, c'est-à-dire dans un langage dont les symboles primitifs sont ceux de l'addition de la multiplication de la relation d'égalité et des constantes 0 et 1. (*Ibid.*, p. 146)

En retraçant les étapes de la constitution de l'algèbre réelle abstraite, Hourya Benis-Sinaceur montre « sur le vif » les procédés d'invention et d'abstraction mathématiques à l'œuvre dans cet épisode de l'histoire de l'algèbre. Dans ce nouveau cadre, le théorème de

Sturm connaît une nouvelle mutation. D'une part, comme tous les résultats de l'algèbre réelle, c'est un résultat initialement lié à l'ensemble des nombres réels et dont la généralisation à un corps réel clos quelconque est révélée par la théorie d'Artin et Schreier. D'autre part, il joue un rôle clef pour démontrer certains résultats fondamentaux de la théorie. Il apparaît alors que le théorème de Sturm permet, en particulier, lorsque l'on travaille dans le corps des rationnels, de déterminer le nombre de racines du polynôme « par des manipulations où seuls sont impliqués les coefficients rationnels » (*ibid.,* p. 247)(1), ce que les mathématiciens du XIXe siècle n'avaient pas mis en avant. L'algorithme de Sturm répond, donc, à l'exigence (difficile à satisfaire) de « tirer toutes les ressources de la seule connaissance des coefficients » pour l'étude des racines des équations polynômiales. Cela sera essentiel pour son utilisation en logique et théorie des modèles.

2.5 Théorie des modèles

C'est dans ce contexte de recherche axiomatique et de développement de ce que Hilbert appela la

(1) Plus généralement, pour un polynôme à coefficients dans un corps ordonné *K,* le théorème de Sturm permet de trouver, sans sortir de *K*, le nombre de racines dans la clôture réelle de *K.*

« métamathématique » que se joue la rencontre « inattendue » entre l'algèbre et la logique. Cette « continuité historique entre les mathématiques abstraites et la théorie des modèles » ([4], p. 301) était largement ignorée avant le travail de Benis-Sinaceur.

La théorie de la démonstration, telle que développée par Hilbert, présente une séparation stricte entre l'analyse syntaxique – c'est-à-dire le niveau formel – et l'analyse sémantique – c'est-à-dire le contenu (mathématique) – des théories. Les travaux de Tarski montrent (entre autres) que cette séparation n'est en fait pas étanche. Il développe la métamathématique comme une discipline mathématique à part entière, montrant « l'existence d'un ensemble de problèmes [qui lui sont] spécifiques ». S'il poursuit l'ambition de Hilbert de « recueillir sur une théorie particulière des informations mathématiquement intéressantes par la seule étude des propriétés formelles du système déductif (axiomatique) de cette théorie » (*ibid.,* p. 310), il étend en revanche les concepts de cette discipline bien plus largement. Remarquant que chaque théorie possède sa propre métathéorie – et que chaque métathéorie particulière peut résoudre les problèmes logiques respectifs de ses théories – il propose de développer une métathéorie générale qui définit et étudie, de manière systématique, les concepts communs à ces métathéories. Il propose, ainsi, de mettre en place une théorie générale des théories mathématiques « comme étude du sens des concepts qui interviennent plus ou moins explicitement dans la formalisation des théories ou dans l'étude des propriétés syntaxiques de ces théories formelles » (*ibid.*, p. 311). Ce travail est complémentaire et solidaire de la formalisation et axiomatisation, mais met au jour le fait que la métamathématique sert à analyser des théories mathématiques ordinaires non pas seulement pour les formaliser, mais aussi pour analyser le « sens » de cette formalisation, c'est-à-dire son interprétabilité (mathématique). Les recherches vont alors « se cristalliser » autour de la notion de modèle :

> la théorie des modèles est une partie de la sémantique des théories formalisées, celle qui étudie plus particulièrement « les relations mutuelles entre énoncés de théories formalisées et systèmes mathématiques vérifiant ces énoncés ». (*Ibid.*, p. 312)

Deux types de questions se posent. D'un côté, si l'on connaît les propriétés formelles d'un ensemble d'énoncés, on peut chercher à trouver *les* modèles de la théorie[1].

(1) C'est-à-dire toutes les structures mathématiques vérifiant ces énoncés.

D'un autre côté, si l'on connaît des propriétés d'une classe de modèles, on peut chercher quelles propriétés syntaxiques un ensemble d'énoncés doit posséder pour constituer un ensemble d'axiomes pour cette classe. La théorie des modèles donne donc une grande importance à l'interprétation sémantique, c'est-à-dire aux « structures mathématiques où les énoncés formels reçoivent un sens concret ». Par là, elle renoue avec le « travail mathématique ordinaire » (*ibid.*, p. 313). Ce va-et-vient entre syntaxe et sémantique permet, et c'est la grande originalité de Tarski, de détruire la barrière entre logique et mathématiques. Ce faisant, il montre que la métamathématique peut utiliser des méthodes des autres disciplines mathématiques – notamment l'algèbre – et tisse un lien entre les notions logiques d'élimination des quantificateurs et de décidabilité[1] d'une part, et la notion mathématique d'algorithme d'autre part, qu'il identifie « comme méthode de décision ». Tarski peut alors résoudre « la question (logique) de la complétude et de la décidabilité de certaines théories mathématiques par sa méthode d'élimination des

(1) Une théorie est dite « décidable » s'il existe un algorithme qui permette de répondre par oui ou par non à la question de savoir si un énoncé de la théorie est démontrable. On parle de décidabilité algorithmique. C'est ce que visait le mémoire de Tarski.

quantificateurs qui est une généralisation d'un théorème mathématique, le théorème de Sturm » ([21], p. 6). Ainsi, Hourya Benis-Sinaceur met en avant de quelle manière, dans les travaux de Tarski, le théorème de Sturm connaît – encore – une nouvelle vie, inattendue certainement, et une nouvelle utilité théorique pour le « problème de la décidabilité de la théorie élémentaire de **R** ». La théorie des corps réels clos, quant à elle, devient le premier exemple de théorie mathématique non triviale qui soit décidable, offrant une première exception aux limitations portées par le fameux premier théorème de Gödel sur l'incomplétude de l'arithmétique élémentaire (1931).

La théorie des modèles est donc née de la synthèse entre l'algèbre abstraite et la logique formelle. Au cours des décennies suivantes, les développements menés par Abraham Robinson (1918-1974) s'intéressent à la théorie des structures plus généralement, continuant la pratique de Tarski d'utiliser des méthodes d'algèbre dans les preuves métamathématiques et d'appliquer les résultats métamathématiques à l'algèbre. Les structures elles-mêmes deviennent alors des modèles et le travail de Robinson se dirige vers les « métastructures ».

De même que l'axiomatique de Hilbert avait une importante dimension exploratoire pour l'activité mathématique, la logique, ici, se présente comme un

« art d'inventer ou méthode de découverte ». Se plaçant sous le patronage de Leibniz, Robinson considère que la logique peut servir dans le « travail quotidien de recherche » du mathématicien, qu'en tant qu'instrument d'« analyse des langages utilisés pour décrire axiomatiquement les structures » la logique permet de « découvrir les métastructures » ([4], p. 374). Placer Leibniz en ancêtre de la théorie des modèles ne signifie pas, bien sûr, que l'on voit dans son *ars inveniendi* une sorte d'anticipation de la théorie des modèles de Robinson. Benis-Sinaceur propose, alors, de réfléchir à la question de savoir « comment le rapport de la logique aux mathématiques peut se penser en termes d'*ars inveniendi* » ([86], p. 594)(1). Et de fait, les analyses menées en théorie des modèles par Robinson permettent alors de « formuler des questions que nous étions incapables d'exprimer dans le langage mathématique ordinaire bien qu'elles soient en rapport avec des concepts maîtrisés dans ce langage » (*op cit.,* p. 379).

(1) Mentionnons que l'analyse de Hourya Benis-Sinaceur sur le rôle de la logique chez Leibniz montre une intuition très juste confirmée par la publication (toujours en cours) des manuscrits mathématiques leibniziens.

3. La philosophie comme action

Nous l'avons dit, le grand mérite du commentaire de Benis-Sinaceur sur Cavaillès est d'en faciliter la compréhension : en en dépliant les complexités, en clarifiant les questions posées, en jetant « quelque lumière dans l'énorme soubassement de problèmes et de résultats techniques » qui soutient l'exigeante philosophie cavaillésienne. Revenons-y brièvement, car Benis-Sinaceur va plus loin encore. Elle rappelle en effet que derrière le « philosophe des mathématiques » pointu se cache toujours le philosophe 'tout court'. Dans ce travail d'exégèse philosophique, elle a su montrer qu'au-delà du dialogue avec la phénoménologie et le positivisme logique, entre lesquels a navigué Cavaillès, se tissait également un dialogue avec une histoire de la philosophie plus ancienne : Platon, Pascal, Spinoza, Kant, Hegel, Husserl. « La philosophie de Cavaillès », écrit-elle, « est une méditation articulée à un puits de connaissances » ([7], p. 31).

La philosophie de Cavaillès « pratique une contre-épreuve permanente des concepts philosophiques par les concepts proprement mathématiques » (*ibid.*). Avec lui, la philosophie des mathématiques n'est pas – ne doit pas être – une discipline technique sans autre résonnance. Sans doute, la fascination de nombreux philosophes pour les mathématiques, vient-elle du fait que s'y joue quelque chose de notre rapport à la raison. Et pour Cavaillès, certainement, « la connaissance mathématique est centrale pour savoir ce qu'est la connaissance »(1). Il développe ainsi, au-delà d'une philosophie des mathématiques, une véritable philosophie du concept, plus générale, qu'il qualifie de « théorie de la raison ».

Mais ce n'est pas tout ce qui enracine cette philosophie apparemment si pointue dans la philosophie 'tout court', et dans la vie même. La nécessité des mathématiques, pour Cavaillès, n'était qu'une manière de plonger plus loin encore dans le monde de la vie et de l'action, puisque « philosopher c'est comprendre, et comprendre c'est exhiber les raisons, et c'est agir en fonction de ces dernières. Agir sur soi (élévation intérieure, intégration à la nature, intériorisation des lois nécessaires) ou sur le monde (engagement politique et activisme de Résistant) » ([106], p. 4). À

(1) La pensée mathématique, compte rendu de la séance du 04/02/1939, à la Société française de Philosophie, dans le *Bulletin* de la société, XL (1946), 1-39, ici p. 34, cité dans [79], p. 6.

Londres, en 1943, en pleine Seconde Guerre Mondiale, Cavaillès disait à Raymond Aron (1905-1983) :

> Je suis spinoziste, je crois que nous saisissons partout du nécessaire. Nécessaires les enchaînements des mathématiciens, nécessaires même les étapes de la pensée mathématique, nécessaire aussi cette lutte que nous menons[1].

Benis-Sinaceur a su montrer que cette déclaration faite à Aron n'était pas seulement une posture héroïque dictée par les circonstances, mais formait de fait les linéaments de la position philosophique de Cavaillès, et ce bien en amont de son engagement dans la Résistance. Ce n'est certainement pas un hasard si les « repères » (des vertus, pourrait-on dire) pour mieux comprendre la philosophie de Cavaillès que nous donne Benis-Sinaceur dans [7], vont bien au-delà de la philosophie des mathématiques et rejoignent, encore, la vie, l'action, l'engagement politique : rigueur, effort, pari, exigence, nécessité et contingence, oubli de soi, liberté.

> La pensée multiple de Cavaillès, nourrie à diverses sources, invite donc à une lecture transversale où

(1) Canguilhem Georges, [1976] 1996, *Vie et mort de Jean Cavaillès*, Ambialet Tarn. Ré-éd. Paris Éditions Allia, p. 31.

> technique mathématique, réflexion philosophique, exigence morale se rejoignent dans une vision unitaire. ([7], p. 27)

Les lettres échangées entre Cavaillès et son ami Étienne Borne en 1930-1931, que Hourya Benis-Sinaceur a éditées en 2010, nous donnent ainsi à voir « la dimension existentielle et la face charnelle de l'abstraction, de la rigueur et du rationalisme spinoziste. Et l'investissement passionnel dans la recherche de la vérité » ([106], p. 3).

Ces mots, comme souvent lorsque Hourya Benis-Sinaceur écrit sur Cavaillès, s'appliquent tant à la commentatrice qu'à son objet d'étude. Bien que sa modestie lui interdise de mettre en avant ses propres engagements face à ceux, héroïques, de son modèle, ses prises de position dans les réflexions autour de l'éthique de la recherche, de la culture scientifique et l'enseignement au Maroc, ses publications dans la revue *Lamalif,* ou encore, plus récemment, une série d'interventions peu connues au cours des Journées Internationales de la Philosophie organisées par l'UNESCO, indiquent qu'ils n'en sont ni moins constants ni moins résolus.

Les trois interventions aux Journées Internationales de la Philosophie de l'UNESCO explorent différents aspects autour des questions de violence et de pouvoir. La première, donnée en 2007, s'interroge sur « le rôle que pourraient jouer les femmes philosophes dans le modelage du futur de l'humanité », conviant non seulement la philosophie, mais également l'anthropologie, la sociologie, et les neurosciences.

> Il importe donc d'abord de désigner la domination masculine pour ce qu'elle est : une pratique du fin fond des âges, un archaïsme récalcitrant et toujours à combattre. (…) Mais nous ne pouvons nous dispenser d'un travail sur nous-mêmes, en vue de changer le rapport archaïque de domination masculine. Changeons, les hommes changeront aussi ! À quoi serviraient les nouvelles connaissances scientifiques et l'exercice de la critique philosophique s'il ne nous permettent de décrypter les systèmes de pensée établis, de modifier d'abord notre propre comportement, acquis d'ordinaire selon les normes de la domination masculine, de changer notre propre regard sur nous-mêmes, cesser d'accepter sans réfléchir et de reproduire à notre insu les systèmes de dépréciation du féminin.

S'impose l'action, donc, avant tout, et une action qui ne s'affirme pas contre l'autre, « mais contre notre propre propension à accepter et reproduire les cadres sociaux de l'injustice et de la tyrannie ».

La seconde intervention, la même année, s'intéresse aux questions de violence, nous enjoignant à nous éduquer à comprendre et reconnaître les mécanismes humains, institutionnels, sociétaux qui construisent et conjurent la violence, pour mieux la combattre. Et si toutes ces raisons structurelles suggèrent que la non-violence est et n'est qu'une utopie, on peut toujours, chacun, localement, « s'efforcer soi-même – individuellement ou collectivement – d'œuvrer pour la faire prévaloir autour de soi, dans un rayon le plus large possible. »

La troisième intervention, donnée en 2008, analyse les « dynamiques intersubjectives du pouvoir » et interroge les « arts d'asservissement » et la « servitude volontaire ». Convoquant La Boétie, Hegel, Nietzsche, Arendt et Foucault, elle analyse comment s'établit le pouvoir, l'autorité, quelles sont les dynamiques en jeu dans les différents rapports entre dominant(s) et dominé(s), et quelles sont les stratégies de domination et les actions du pouvoir. Que faire, alors, « comment résister ? » : « vouloir ou désirer résolument la liberté », entrer en résistance, inventer sa propre liberté, et préserver sa dignité.

En guise de conclusion, rappelons à quel point la carrière, le travail et la vie entière de Hourya Benis-Sinaceur ont été rythmés par son appartenance à plusieurs mondes et sa volonté de naviguer entre tous, entre les langues (l'arabe et le français, mais aussi l’allemand, le latin, le grec ancien, l’anglais…), entre les continents, entre les traditions, entre les mathématiques, la philosophie, la logique et la poésie. De ce désir de toujours franchir les frontières, ou peut-être parfois de s’y placer exactement et d’y marcher en équilibre, elle a fait son maître mot. Et c’est en le poursuivant qu’elle a pu construire une œuvre d’une grande profondeur et d’une grande ampleur, emmenant avec elle – pour notre plus grand plaisir – de nombreux collaborateurs et collaboratrices de tous horizons et de tous âges.

Extraits d'écrits de Hourya Benis-Sinaceur

Jean Cavaillès

Disons, pour commencer, l'impression forte que produit la lecture [des] écrits [de Cavaillès]. Leur densité, leur concision, leur difficulté même ne laissent pas de communiquer de la ferveur. Car c'est un homme aigu et passionné qu'on y découvre, exigeant et curieux, un esprit exact et profond, logique et perspicace, délié et tranchant, minutieux et de grande envergure, ayant le sens du détail et le goût des vastes synthèses. Qualités rares et encore plus rarement réunies dans la même personne. Cavaillès était certes doué une grande puissance discursive, cela même qu'il admirait chez un Kant ou un Spinoza, « où la pensée par la même tension se prolonge elle-même et semble échapper à la retombée nécessaire dans les accommodements et les oublis de problème, suites de notre caractère fini »(1). Mais pas seulement cela. Chez

(1) G. Ferrières, *Jean Cavaillès. Un philosophe dans la guerre (1903-1944),* Paris, Seuil, 1982, p. 93.

lui le savoir précis et le raisonnement strict sont traversés, soutenus peut-être, par les éclairs d'une intelligence visionnaire. C'est elle qui nous vaut les aperçus lumineux et les formules lapidaires qui ébranlent l'imagination avant de pénétrer l'entendement. ([6], p. 10-11)

Première vertu de l'histoire en effet elle leste notre savoir de tout le poids de l'effectif. Il faut « suivre » la « mathématique en acte »[1] dans toutes ses sinuosités et ses inflexions inattendues, refaire pour son propre compte le parcours aux bifurcations multiples et retrouver, dans leur genèse, les liens que les notions ont avec les problèmes tels qu'ils se posaient à tel ou tel moment. L'histoire doit nous garder du discours trop général et extérieur aux mathématiques. Il faut savoir de quoi on parle. Et pour cela, il y a, outre la pratique indispensable – Cavaillès a fait suffisamment de mathématiques pour tenter de démontrer trois théorèmes sur les ensembles finis –, l'histoire, complémentaire. L'histoire est une école de rigueur, une ascèse, pour s'entraîner à ne « parler que du dedans », pour défaire l'emprise des philosophies toutes faites. (…) Philosophe, Cavaillès résiste à la tentation séculaire de considérer la philosophie comme

(1) J. Cavaillès, Mathématiques et formalisme, *Revue internationale de philosophie*, 3, 8, 1949, p. 5.

une « monitrice de la science ». L'histoire et la pratique nous font entrer dans le concret, dans le vif du mathématique, nous préparent à en « brasser » la prolifique matière[1]. (*Ibid.*, p. 26-27)

Il y a chez Jean Cavaillès une solidarité étroite entre l'étude de l'activité mathématique et une philosophie d'ordre plus général qu'il qualifie lui-même de «théorie de la raison ». Selon *Méthode axiomatique et formalisme*, la réflexion sur « l'essence du travail mathématique » conduit le philosophe à «creuser au-delà du mathématique proprement dit, dans le sol commun de toutes les activités rationnelles »[2], et l'autorise ainsi à se faire une idée du processus de la connaissance rationnelle en général. Pour Cavaillès les mathématiques, plus précisément la nouvelle mathématique abstraite qu'il voit à l'œuvre dans les travaux, encore récents à son époque, de Cantor, de Dedekind et de Hilbert, la « mathématique des algébristes » comme il l'appelle dans *Méthode axiomatique et formalisme*, est le modèle par excellence de l'activité de la raison. « La connaissance mathématique

(1) J. Cavaillès, *Remarques sur la formation de la théorie abstraite des ensembles,* p. 144.

(2) J. Cavaillès, *Méthode axiomatique et formalisme,* Paris, Hermann, 1981, p. 21.

est centrale pour savoir ce qu'est la connaissance »[1]. En effet, de toutes les disciplines de l'esprit, la mathématique est celle où la raison l'emporte si totalement sur les conditions de culture, l'essence sur les circonstances, la structure sur l'événement, qu'on attend rien moins de son étude qu'une doctrine de la pensée elle-même. La science, et, mieux que toutes les sciences, la mathématique, résulte « de ce caractère de la pensée de se développer selon son essence », écrit Cavaillès en une formule suggestive[2]. Expression d'une ferme conviction, qu'il va bientôt illustrer par une œuvre vouée à comprendre le « mécanisme des créations » mathématiques[3]. La formation du savoir mathématique dans son procès effectif laisse voir la raison en exercice dans son activité la plus abstraite, la plus « pure », celle dont les éléments externes sont justement rejetés dans une extériorité absolue parce qu'ils n'ont pas d'incidence sur son déploiement interne (s'ils en ont une sur son histoire). ([76], p. 6-7)

---

(1) J. Cavaillès, La pensée mathématique, compte rendu de la séance du 04/02/1939, à la Société française de Philosophie, dans le *Bulletin* de la société, XL (1946), 1-39, ici p. 34.

(2) Lettre de Cavaillès à son père du 06/01/1928, dans G. Ferrières, *Jean Cavaillès*, Paris, PUF, 1950, rééd. 1982, p. 45.

(3) Lettre du 22/04/1928, *ibid.*, p. 46-47.

Dans ces lettres à Étienne Borne on découvrira la dimension existentielle et la face charnelle de l'abstraction, de la rigueur et du rationalisme spinoziste. Et l'investissement passionnel dans la recherche de la vérité. Une figure méconnue du logicien s'y révèle. Ici on lira les interrogations, les doutes et les quêtes de l'homme tout simplement. Et comment sont indissociablement noués le corps et l'esprit, la vie et la pensée, l'exaltation et la lucidité, la foi et la raison, l'histoire tortueuse et l'éthique impérative, la contingence inéluctable et contraignante, mais non fatale, avec la décision libre et l'obligation voulue. Spinozisme en acte, dira-t-on. À juste titre. Cavaillès jugeait que s'il avait « assez ignoré la tendresse », Spinoza n'en était pas moins « plus doué de *caritas* et partant de vraie vie spirituelle » que Leibniz et Malebranche[(1)]. La dimension de « vie spirituelle » domine ces lettres à É. Borne. Leur publication permettra de rectifier le portrait de Janus qui a été fait d'un Cavaillès, philosophe rigoureux d'un côté, croyant fervent ou tiède de l'autre. ([103], p. 3-4)

Ce que je souhaite mettre en valeur par la publication de ces lettres à Étienne Borne, dont le déchiffrement

(1) G. Ferrières, *Jean Cavaillès. Un philosophe dans la guerre 1903-1944,* Paris, Seuil, 1982, p. 56.

m'a coûté un certain nombre d'heures en dépit de mon habitude de l'écriture de Cavaillès, c'est combien il importe de « résister aux deux tentations de l'en-soi et du mythe, dont on n'est jamais sûr d'être débarrassé »[1]. Et ce n'est que fidélité à Cavaillès puisque la formule est sienne et l'injonction qu'elle exprime une des exhortations primordiales et constantes de son exigence philosophique. Cette exhortation se soutient de l'intérêt pour la dimension historique de la pensée et de l'être, et pour l'histoire elle-même, histoire vécue et histoire pensée. (*Ibid.*, p. 8-9)

La difficulté de la philosophie de Cavaillès vient de ce qu'elle pratique une contre-épreuve permanente des concepts philosophiques par les concepts proprement mathématiques constitués dans une pratique souvent déliée de principes philosophiques contraignants, une justification éventuelle n'étant jamais donnée qu'après coup, de manière externe, et vice versa une contre-épreuve des concepts mathématiques techniques par leur possible intégration dans une perspective philosophique unitaire quoique résultant de son côté d'une histoire propre.

(1) Lettre de Cavaillès à Léon Brunschvicg du 24/02/1931, dans A. Aglan et J.-P. Azéma, *Jean Cavaillès résistant ou La pensée en actes*, p. 303.

La philosophie de Cavaillès n'est pas un système, non plus que celle de ses contemporains, Bachelard ou Canguilhem, également convaincus par Brunschvicg de « la mauvaise alliance entre philosophie et système ». Elle se déploie en thèmes, repris et épurés ou amplifiés, comme une musique, comme une méditation sans cesse reprise et infléchie dans ses principes et son orientation. ([7], p. 61-62)

Définir « philosopher » par « comprendre », tout en détournant le sens moderne de ce dernier terme et en récusant le rapprochement entre philosophie et sciences humaines, bâties sur les faits et leur récit, fut une des lignes de force de la pensée de Cavaillès. (…) Il réserve spécifiquement la compréhension à la philosophie, en la distinguant de la description du récit, dont se contentent selon lui les sciences humaines et la théologie ordinaire. Si bien que le diptyque sciences exactes ou expérimentales / sciences humaines (…) devient un triptyque, philosopher étant une troisième voie et même la voie royale. Décrire est une reconnaissance de l'extérieur. Philosopher n'est ni décrire ni témoigner, c'est comprendre du dedans mais sans que la compréhension ait pour indissociable allée l'interprétation (…). « Comprendre du dedans » ne renvoie pas à une intériorité subjective ; c'est au contraire aller vers ce qui est tel qu'il est nécessairement, traverser l'écran de la subjectivité pour atteindre ou accueillir la manifestation de l'objectivité telle qu'elle apparaît en son essence dans une « intuition centrale ». Comprendre quelque chose du dedans c'est selon Spinoza en comprendre l'essence, la nécessité interne ; comprendre du dedans est, en ce qui concerne les mathématiques, exigé par l'autonomie de la science par rapport à la conscience.

Cavaillès revivifie donc une approche spinoziste de la compréhension, qu'il égale à la connaissance rationnelle ou connaissance du troisième genre dans la hiérarchie spinoziste : comprendre c'est « connaître parfaitement ». (*Ibid.*, p. 66-67)

Corps et modèles

Sur la méthode

Ce livre n'a pas pour ambition de développer une philosophie générale des mathématiques, ni même de trancher univoquement entre diverses options possibles. Son objectif est plus modeste : livrer, au prix de détails techniques jugés indispensables, certains éléments permettant de comprendre et de situer un aspect fondamental du changement survenu dans les rapports entre mathématiques et logique. Pour qui veut tenter aujourd'hui une épistémologie des mathématiques ce changement est essentiel, surtout si l'on entend prendre une perspective interne au déploiement mathématique, opter en somme pour ce que d'une image empruntée à Henri Michaux nous appellerons « l'épistémologie du dedans ». Notre livre écrit donc l'histoire de ce changement, saisi localement dans ses manifestations restreintes aux relations entre l'algèbre et la théorie des modèles. Si minutieuse (par endroits) et si attentive qu'elle soit aux faits, cette histoire est loin de se vouloir un catalogue chronologique de résultats. Nous n'avons rien contre les catalogues bien faits. Ils sont très utiles et nous en avons fait ample usage chaque fois qu'il en existait dans les secteurs et pour les périodes concernées par notre travail. Mais nous croyons qu'on peut écrire une histoire en s'intéressant moins à la succession des événements qu'à leur signification, même si, et peut-être surtout si cette dernière n'est pas absolument évidente ni absolument intégrée dans la science se faisant. (…) Pour une histoire réfléchie il est encore plus important que pour un memento de résultats de revenir, par-delà les traditions didactiques, aux mémoires originaux. L'analyse d'un texte scientifique est un exercice moins répandu mais non moins instructif que celle d'un texte littéraire. On y apprend toutes les identités que le « progrès » efface : identité d'un contexte, d'un objectif, d’une perspective, d’un langage, sans parler de tout ce qui reste implicite sans manquer d’être là. ([4], p. 20-21)

Mais si l’actualité motive l’étude [d’un résultat, ici, le théorème de Sturm], la profondeur historique ne doit être ni annulée ni réduite. C’est une entreprise parfois délicate de se servir de l’information la plus récente sans perdre le sens de l’histoire effective. La difficulté est plus grande encore d’essayer d’écrire une histoire réfléchie mais non interprétée, et d’organiser les éléments du savoir autour de pôles de signification sans gommer les divergences, les temps morts, les oublis, les retards, le hasard. L’histoire des mathématiques ne peut reproduire la forte architecture locale de cette science. Certaines liaisons sont faibles ou distantes, d’autres tardives, et tous les « et » ne sont pas des « parce que » méconnus. (*Ibid.*, p. 31)

Histoire de l’algèbre

Le travail fait par Hermite et Sylvester sur le théorème de Sturm autorise donc à voir en celui-ci un théorème algébrique, en donnant à algébrique le sens qu’il avait à la fin du XIX^e siècle. (…) La définition de l’ensemble des concepts ou méthodes algébriques a donc évolué d’une façon tout à fait décisive par rapport à celle de Sturm ou de Cauchy. Et c'est donc seulement *après* les révisions de Sylvester et d'Hermite qu'on peut considérer posée et résolue la question d'une démonstration purement algébrique du théorème de Sturm.

Bien entendu, si l'on a de l'histoire une vue fictive et non pas effective, si l'on fait l'économie du temps, si l'on privilégie les résultats bruts par rapport aux œuvres qu'ils couronnent, à leurs conditions de production, à leur style propre, ou si on néglige la diversité formelle des énoncés pour la permanence d'un contenu supposé identique à travers l'identité de sa fonction technique, alors on peut considérer que dans la révision de Sylvester ou d'Hermite, comme dans la réforme ultérieure d'Artin et Schreier dont nous allons bientôt parler, c'est toujours du *même* théorème de Sturm qu'il s'agit ! Attitude légitime de la part du mathématicien, contraire cependant à l'esprit historique. (*Ibid,* p. 139-140)

Alors que la méthode axiomatique répondait d'abord chez Hilbert à une exigence de rigueur dans la démonstration fortement partagée quoique diversement remplie par les mathématiciens de la fin du XIX^e^ siècle, elle est bientôt considérée comme une « ressource à la fois logiquement inattaquable et féconde »[1]. Dans

(1) David Hilbert, Neubegründung der Mathematik. Erste Mitteilung, *Abh. Math. Semin. Univ. Hambg.* 1, 157–177, 1922.

l'école algébrique des années 30, et chez Artin en particulier, elle devient un « instrument de la recherche mathématique concrète »[1]. On en fait, comme dira Hermann Weyl, un « usage immanent »[2], c'est-à-dire dicté par les « objets mathématiques » considérés dans des « situations individualisées » et non par une évidence ou des impératifs extérieurs. Les axiomes ne sont pas des « hypothèses » au sens propre de ce terme mais des énoncés vrais dans certains contextes et qu'il est « utile d'avoir sous les yeux » extraits de leur contexte pour mieux « comprendre les idées sous-jacentes » aux constructions et aux preuves. (…) La théorie d'Artin et Schreier constitue en effet un des premiers succès de l'application de la méthode axiomatique non pas à des problèmes métamathématiques comme l'avait fait Hilbert qui en attendait la révélation de « l'essence de la démonstration mathématique »[3] mais à des problèmes mathématiques. (*Ibid.*, p. 186-187)

---

(1) Hermann Weyl, Topologie und abstrakte Algebra als zwei Wege des mathematischen Verständnisses, *Unterrichtsblätter für Mathematik und Naturwissenschaften*, 38, p. 177-188. Repr. in *Gesam. Abh.* III, p. 349.

(2) Hermann Weyl, Axiomatic versus constructive procedures in mathematics, édité par T. Tonietti, *The Mathematical Intelligencer*, 7, n°4, 1985, p. 12 -17 et 38, 1985, p. 14.

(3) David Hilbert, Axiomatisches Denken, *Mathematische Annalen* 78, p. 405-415, 1918, p. 155.

Discipline privilégiée pour révéler les structures, l'algèbre occupe une « position heureuse »[1] dans l'approche axiomatique. Elle constitue même, selon l'expression d'Hermann Weyl, « l'Eldorado de la méthode axiomatique »[2]. Pour Artin, qui possédait à un haut degré « le don d'algébriser les problèmes sans jamais perdre de vue les phénomènes »[3], l'algébrisation est « une façon d'extérioriser la vision des choses ». (…) La mise en évidence de structures facilite ou rend possibles les généralisations grâce auxquelles s'approfondit la compréhension des phénomènes particuliers. C'est pourquoi elle constitue un impératif *universel* du travail mathématique, même si son émergence en tant qu'objectif explicite est relativement récente.

[L'article d'Artin et Schreier] est un mémoire-témoin de cette émergence. La description axiomatique y est moins intéressante par elle-même que par le fait de révéler le caractère structurel d'un certain nombre de théorèmes démontrés pour le corps des nombres réels, c'est-à-dire leur validité pour un corps réel clos quelconque. Cette révélation s'accompagne naturellement

(1) Emil Artin, Contents and methods of an algebra course, *Tata institute,* Bombay. Repr. in *The Collected Papers*, p. 539.

(2) Hermann Weyl, Emmy Noether, *Scripta mathematica* III, 3, p. 201-220, 1935. Repr. in *Gesam. Abh.* III, p. 438.

(3) Henri Cartan, Emil Artin, *Abh. math. Sem. Hamb.* 28, p. 1-6, 1965, p. 2.

de l'introduction de nouveaux concepts généraux, abstraits, unificateurs, générateurs de signification nouvelle pour des notions anciennes, et point de départ pour la reconnaissance future d'archi-structures. (*Ibid*., p. 188)

Pour [Hilbert] axiomatiser un domaine, c'est le mettre en ordre, le quadriller en construisant un « échafaudage de concepts »[(1)] pour les objets du domaine et les relations logiques correspondant à leurs rapports. Les concepts sont porteurs de « liberté »[(2)] car ils permettent de constituer la « théorie » du domaine en donnant ainsi du recul par rapport à lui. Une théorie mathématique est donc une construction de concepts et de relations de déduction entre ces derniers[(3)].

Dans la décennie 1920-30, cette conception fit l'objet d'une véritable doctrine générale. Tout le monde en Allemagne et ailleurs s'accorde à développer une « mathématique conceptuelle » (…) selon l'expression de P. S. Alexandroff[(4)]. Il s'agit de « s'appliquer à réduire un domaine mathématique donné à ses concepts

(1) David Hilbert, Axiomatisches Denken, *Mathematische Annalen* 78, p. 405-415, 1918, p. 146.
(2) David Hilbert, Neubegründung der Mathematik. Erste Mitteilung, *Abh. Math. Semin. Univ. Hambg.* 1, p. 157–177, 1922, p. 161.
(3) *Op cit.,* p. 165.
(4) P. S. Alexandroff, In memory of Emmy Noether, *Address at the Moscow math. soc.*, p. 1-11, 1935, p. 2.

fondamentaux les plus généraux donc les plus simples, puis à construire et reconstruire à l'aide de ces seuls concepts »[(1)]. (*Ibid.*, p. 191-192)

Théorie des modèles

Tarski élargit le spectre des concepts mathématiques propres à permettre des rapports entre forme et contenu. Plus encore, il définit un type de rapport original où il n'est pas plus question de renoncer aux avantages de la formalisation et de l'analyse syntaxique permise par cette dernière qu'à l'exigence d'en réinvestir les résultats au niveau des contenus mathématiques, à leur donner une interprétation mathématique concrète. L'alliance du contenu et de la forme que l'axiomatique fait régner à l'intérieur des mathématiques, Tarski l'étend à la métamathématique. Comme celle-ci ne se différencie pas fondamentalement de celles-là et qu'elle les « reproduit » à un niveau de généralité plus grand, on retrouvera partout une bipolarité essentielle entre la théorie (logique) et les modèles (mathématiques). Par définition, la théorie des modèles développe une analyse à deux axes, syntaxique et sémantique, ou

(1) Helmut Hasse, Die moderne algebraische Methode, *Jahresbertichte der Deutschen Mathematiker-Vereinigung* 39, p. 22-34, 1930, p. 26-27.

plutôt une analyse qui érige en méthode générale ce que nous avons appelé le « va-et-vient » d'un axe à l'autre. (…)

[L'originalité] de Tarski est d'avoir fait la théorie de [la solidarité syntaxe-sémantique] tout en détruisant la barrière entre logique (ou métamathématiques) et mathématiques ordinaires. On avait tendance, en dépit de l'existence en logique du courant sémantique, à confondre logique et syntaxe, et à les opposer d'un même geste en dépit de la pratique des mathématiques abstraites, au mathématique proprement dit. Tarski nous habitue à associer logique et sémantique en incarnant cette association dans l'étude (métamathématique, c'est-à-dire syntaxico-sémantique) des mathématiques ordinaires. Il en résulte une double connexion réciproque : celle de la syntaxe avec la sémantique et celle des mathématiques avec la métamathématique. C'est à leur croisement que se situe le travail du théoricien des modèles. C'est à leur croisement que vont fleurir, *systématiquement,* les contenus formels. (*Ibid,* p. 313-314)

Autant que la théorie d'Artin et Schreier, le travail de Tarski sur le théorème de Sturm explique toutes les interprétations modernes rétrospectives qui amalgament en une seule et même chose le résultat original de

Sturm avec ce qu'il est devenu pour nous aujourd'hui. Écrire, par exemple, que « le résultat de Sturm… montre comment on peut éliminer le besoin de supposer la continuité dans la preuve de Gauss du théorème fondamental de l'algèbre »[1], n'a pour nous aucun sens en dehors du cadre moderne de l'algèbre réelle. À la différence des inventeurs, l'historien est tenu d'avoir des égards pour l'histoire ! Et même pour les multiples chemins qui se croisent dans la production d'*une* histoire. C'est-à-dire en particulier pour l'hétérogénéité des langages distincts et de démonstrations diverses à travers lesquels un certain contenu révèle à la fois sa plasticité et sa permanence. Qu'un théorème trouvé dans le contexte de la résolution de certains types d'équations différentielles, et donc de problèmes impliquant constamment la notion de fonction continue que nous écrivons depuis Weierstrass grâce à une double quantification, ait pu devenir le prototype de la théorie d'élimination des quantificateurs, ce n'est un paradoxe que du point de vue d'une histoire sectorisée et plus soucieuse de cataloguer les découvertes que d'en restituer le mouvement complexe, multiple, imprévu. (*Ibid.*, p. 362-363)

(1) Judson Chambers Webb, *Mechanism, Mentalism and Metamathematics. An Essay on Finitism,* Dordrecht, Springer, 1980, p. 43.

Les théorèmes de Tarski et de Robinson sur le théorème de Sturm et sur l'algèbre réelle montrent la fécondité de l'analyse logique appliquée aux énoncés mathématiques. Ils développent un point de vue métastructural avec les caractéristiques et les bénéfices du point de vue structural : généraliser les concepts, simplifier les démonstrations, unifier les théories, approfondir la compréhension des faits, favoriser l'invention et la prospective. L'identité des objectifs est si parfaite que la théorie des modèles tend à prendre aujourd'hui le relais de la mathématique structurale et conceptuelle. Fille de l'algèbre abstraite, elle a engendré à son tour une algèbre modèle-théorique qui s'en présente comme l'extension naturelle. Le point de vue et les résultats modèle-théoriques ne restent donc pas étrangers au développement effectif des méthodes algébriques. Témoin est le nombre grandissant d'articles sur des problèmes algébriques abordés ou résolus grâce aux apports de la théorie des modèles. Et témoin plus significatif peut-être, car relatif à un public beaucoup plus large, la manière dont N. Jacobson a remanié son traité d'algèbre en introduisant les principes de transfert, la méthode d'élimination des quantificateurs, etc. Peu à peu s'effrite la résistance à la valeur heuristique des concepts modèle-théoriques, de même qu'il a bien fallu convenir, dans les années 30, du rôle heuristique et pas seulement unificateur ou généralisateur des concepts de la mathématique abstraite. (*Ibid.*, p. 400)

Conclusion

Cette enquête a porté sur un assez petit nombre de résultats, les uns purement mathématiques comme le théorème d'algèbre de Sturm, la construction des corps réels d'Artin et Schreier ou les théorèmes relatifs à la signature d'une forme quadratique, les autres logiques mais non purement logiques. Méthode d'élimination des quantificateurs de Tarski, critères de modèle-complétude de Robinson ou concepts de modèles existentiellement clos relèvent d'une démarche qui croise les résultats mathématiques avec les procédures logiques d'une façon à laquelle se reconnaît généralement aujourd'hui la spécificité de la théorie des modèles algébriques ou de l'algèbre modèle-théorique.

D'un côté, et en amont, on peut considérer que le théorème de Sturm confère une unité à tous ces résultats, chacun s'y rapportant de façon plus ou moins directe, mais bien sûr non exclusive. Nous avons développé ainsi une histoire en éventail dont les branches s'écartent beaucoup l'une de l'autre au départ et dont certaines finissent par concourir à la production de nouveaux concepts et de nouvelles théories. Que l'on puisse, en fin de compte, parler aussi bien de clôture réelle ou de signature d'un corps que de structures essentiellement closes sans perdre jamais totalement de vue le théorème de Sturm, indique l'étendue des domaines dans lesquels nous avons dû nous aventurer sans que nous ayons pu, dans aucun d'eux, suivre le schème (fictif) d'une histoire linéaire. (…) D'un autre côté, un motif important de notre travail se trouve, à l'aval, dans l'utilisation *et* l'analyse logique du théorème de Sturm. Autant dire que le point de vue le plus profond sur ce résultat est modèle-théorique. (…) L'analyse qu'en fait Robinson révèle sa fonction paradigmatique, c'est-à-dire le fait qu'il est une réalisation concrète d'un schème abstrait dont d'autres réalisations connues sont fournies par le théorème sur le résultant d'une suite de polynômes ou le théorème des zéros de Hilbert.

Si des mathématiciens peuvent sous-estimer la fécondité, sur le plan mathématique, de ce type d'analyse, un philosophe ne peut renoncer à en mesurer la signification. N'ayant pas fait l'économie du long parcours technique, il considérera les schèmes logiques dégagés et étudiés par l'activité modèle-théorique avec les précautions indispensables : non pas des formes vides, passe-partout, mais des structures-concepts généraux indissociables des structures-modèles particuliers. Exactement comme le concept général de corps n'aurait pas grand sens à être dissocié des opérations concrètes (+ , – , × , :) que nous effectuons sur des ensembles d'éléments de nature diverse. Il comprendra aussi l'enracinement du point de vue formaliste-pragmaticien défendu avec conséquence par les héritiers modernes de Hilbert. Il comprendra, enfin, que la logique est désormais une composante indéniable du progrès des mathématiques. (*Ibid.*, p. 404-405)

Logique et *ars inveniendi*

Dans son article nécrologique sur Abraham Robinson, Simon Kochen consignait une impression de Gödel qui ne manquera pas d'intéresser un grand nombre de spécialistes de Leibniz. Gödel, dont il faut rappeler l'intérêt particulier pour les travaux philosophiques de Leibniz, pensait en effet que, de tous les logiciens modernes, Abraham Robinson était celui qui avait le mieux réalisé l'idéal leibnizien d'une logique constituée en *ars inveniendi* pour les mathématiques. ([83], p. 591)

[Il ne s'agit pas], bien entendu, de présenter l'*ars inveniendi* de Leibniz comme une anticipation de ce qu'est la théorie des modèles pour A. Robinson. Notre méthode consiste plutôt à considérer simultanément l'œuvre de Leibniz et celle de Robinson pour déterminer si, et jusqu'à quel point, elles conviennent entre elles sur la question de savoir comment le rapport de la logique aux mathématiques peut se penser en termes d'*ars inveniendi.* (*Ibid.,* p. 594)

Dès ses premiers travaux, A. Robinson est préoccupé d'appliquer, avec toutes les conséquences théoriques et pratiques qui s'ensuivent, « la logique formelle aux mathématiques », à l'algèbre d'abord, puis à l'analyse, à l'arithmétique, à la topologie, etc. Cela implique un changement radical dans la conception du rapport de la logique et des mathématiques. Celle-là ne cherche pas à « fonder » ou « réduire » celles-ci, mais à leur offrir un « instrument efficace de recherche », et donc à augmenter l'arsenal des stratégies diverses de l'*ars inveniendi.* Les écrits d'A. Robinson ne laissent pas supposer une lecture de l'œuvre de Leibniz en dehors des quelques textes relatifs à la justification du calcul infinitésimal (…) Cependant, ils sont parcourus par une réflexion explicite sur l'art de l'analogie et de la généralité, ancrée, au départ, dans l'étude des structures algébriques. L'analyse logique de celles-ci doit conduire à en subordonner la multiplicité à des principes généraux qui transformeront les analogies mathématiques relevées entre certaines structures en identité logique formelle. Cela est possible parce qu'il est de l'essence de la théorie des modèles de s'occuper « d'ensembles de théorèmes ou d'ensembles différents de systèmes d'axiomes simultanément, alors que dans les mathématiques ordinaires on se contente de déduire des théorèmes particuliers pour des structures particulières, ou bien pour toutes les structures qui satisfont à un système d'axiomes particulier »[1]. (*Ibid.*, p. 606)

Si la théorie des modèles a fait de l'analyse du langage une des nouvelles stratégies de l'art d'inventer en mathématiques, alors cela doit se répercuter sur le paysage mathématique ordinaire. Qu'en est-il au juste ? Peut-on parler aujourd'hui d'une mathématique modèle-théorique comme on a parlé de géométrie algébrique (analytique) avec Descartes, d'analyse infinitésimale avec Leibniz, de langage ensembliste avec Cantor, de mathématique structurale, etc.? Autrement dit, l'exploitation des résultats modèle-théoriques commence-t-elle à se généraliser au point de modifier le travail quotidien du mathématicien ?

D'une part, comme toute nouvelle discipline, la théorie

---

(1) A. Robinson, L'application de la logique formelle aux mathematiques, *Actes du deuxieme Colloque international de logique mathematique (Paris, 1952),* 51-64. Paris: Gauthier-Villars; Louvain: Nauwelaerts, 1954.

des modèles suscite encore de grandes résistances. Beaucoup de recherches, la majorité, continuent de se passer de ses services. Mais d'autre part son impact est appréciable dans certains secteurs. Dans celui, d'abord, qui fut essentiel à sa formation : l'algèbre. (…)

Une autre discipline se montre, pour des raisons structurelles et historiques, toute prête à promouvoir l'avenir mathématique de la théorie des modèles, c'est la géométrie algébrique réelle. Née du croisement de l'algèbre réelle, ou théorie des corps réels clos, avec la topologie, il est naturel qu'elle profite des résultats de Tarski et de Robinson sur les corps réels clos. (…)

En voilà assez pour parier que Leibniz, aujourd'hui, aurait réservé à l'analyse modèle-théorique une place de choix parmi les méthodes de l'*ars inveniendi.* (*Ibid*., p. 611-612)

Richard Dedekind

Dedekind entend (…) bien que l'arithmétique constitue le socle rigoureux et sûr de toutes les notions et méthodes mathématiques. Mais tandis que Kronecker propose un programme de *réduction* radicale aux seules nombres entiers, Dedekind veut au contraire *développer* sur cette même base des concepts abstraits et ouvrir par eux des perspectives générales révélant de multiples liens de parenté entre les structures algébriques et la théorie des nombres. Selon lui, il n'y a pas de gain à « ne vouloir utiliser et reconnaître que les nombres naturels », puisque « les progrès les plus grands et les plus féconds en mathématiques et dans les autres sciences sont dus avant tout à la création et à l'introduction de nouveaux concepts » (…). Parmi les concepts nouveaux dus à Dedekind, comme ceux de coupure et de chaîne, qu'il définit respectivement pour les rationnels et les entiers, sont structurellement liés à celui d'idéal qu'il introduit en théorie des nombres algébriques, ce qui atteste l'unité profonde d'inspiration de leur auteur, ainsi que la cohérence entre ses travaux mathématiques et ses vues épistémologiques. ([15], p. 100)

À la base de ces mathématiques « pures » que constituent l'arithmétique, l'algèbre et l'analyse, il y a donc les nombres entiers positifs, ainsi que l'avait déjà soutenu Martin Ohm en 1822, ainsi que le professent également Weierstraß et Kronecker. Mais Dedekind ne s'arrête pas là ; il veut asseoir à son tour cette base sur des principes « logiques » généraux.

Ces principes sont *d'abord* et surtout pour office d'exclure les notions ou représentations géométriques de l'entreprise de *fondation arithmétique*, sans en refuser naturellement l'usage à d'autres fins. (…) On peut trouver ici une des sources de l'opposition aussi fréquente que facile entre logique et géométrie. Mais pour Dedekind, il n'y a pas d'opposition : la géométrie est une *théorie mathématique* d'un concept d'espace qui ne coïncide pas avec l'espace empirique ou intuitif, et la construction « purement logique » des nombres est l'équivalent en arithmétique du travail fait par le géomètre Riemann pour le concept d'espace et pour la théorie des fonctions. Dedekind veut seulement assurer l'autonomie de l'arithmétique par le moyen qui devrait par ailleurs être appliqué dans toute science rigoureuse : la logique. La logique est pour Dedekind l'instrument indispensable à la rigueur démonstrative. (…)

Pour Dedekind, dire que l'arithmétique est une partie de la logique, c'est donc affirmer l'indépendance du concept de nombre par rapport aux représentations de l'espace et du temps, qui font le lien avec la perception ou l'intuition. Le nombre est une « émanation immédiate des pures lois de la pensée ». La « logique » ce sont « les pures lois de la pensée », les nombres une émanation immédiate de ces lois, et aussi simultanément de « libres créations de l'esprit humain ». (*Ibid.,* p. 102-104)

Isoler les essais de Dedekind sur les nombres du reste de sa production introduit un biais, et les choses empirent si l'on étudie seulement *Was sind und was sollen die Zahlen?*, puisque c'est le seul texte où Dedekind considère l'arithmétique comme partie de la logique. La production mathématique de Dedekind concerne une large variété de sujets mathématiques, parmi lesquels la géométrie, l'analyse infinitésimale, l'arithmétique, l'algèbre, la topologie, et dans chaque domaine, il a inauguré une pratique structurale des mathématiques, sans nécessairement faire un lien avec des questionnements logiques. (…)

Pour Dedekind, ce qui importe ce ne sont pas les nombres eux-mêmes, mais leur structure. L'arithmétique est fondamentale non seulement parce que les nombres peuvent être appliqués partout, mais aussi parce que, en suivant les lois arithmétiques, nous pouvons calculer avec des choses qui ne sont pas des nombres. Ce qui importe, ce n'est pas ce qui peut être dit des nombres, mais comment les quatre conditions [définissant les entiers naturels] sont satisfaites. C'est pourquoi on peut dire que l'arithmétique est une structure formelle de notre expérience. La « logique de l'esprit » est l'arithmétique prise généralement. Comme l'écrit Dedekind, « tout homme pensant, même s'il n'en est pas clairement conscient, est un homme d'arithmétique, un arithméticien » (…). Ainsi, je comprends l'affirmation de Dedekind que l'arithmétique est une partie de la logique comme signifiant que l'arithmétique fournit aussi une norme rationnelle (logique) de la pensée. ([8], p. 55-56)

Sur les travaux de Hourya Benis-Sinaceur

Extraits de : Alain Michel, Le développement de l'algèbre réelle et le nouvel esprit logico-mathématique, *Revue de Métaphysique et de Morale,* 1993.

Comme l'indique son sous-titre: « Essai sur l'histoire de l'algèbre réelle », [*Corps et modèles*] le remarquable ouvrage publié par Hourya Sinaceur est d'abord une étude historique. Il s'agit, en premier lieu, d'analyser, à l'intérieur de la constitution du corps du savoir mathématique, une conjonction historique singulière, celle du développement de la théorie algébrique des corps avec l'essor de la métamathématique au sens de Tarski. Mais on ne saurait borner à cela son contenu, et ce qu'on devrait appeler sa leçon. L'analyse s'y déploie en effet sur tous les registres de la réflexion, et l'histoire, pratiquée ici dans la tradition des maîtres français, s'ouvre naturellement aux problèmes d'ordre épistémologique. Le livre donne ainsi un exemple éclatant de la manière dont un savoir libéré depuis toujours des limites de la juridiction de la philosophie peut encore recevoir de la lumière d'une interrogation qui assume explicitement, comme en témoigne la citation de Cavaillès proposée en épigraphe, une visée philosophique[1]. (…)

L'étude de [la] conjonction [entre algèbre abstraite et théorie des modèles], méthodiquement conduite, permet de poser en des termes renouvelés le vieux problème des rapports de la logique et des mathématiques. L'analyse historique conduit ici naturellement au problème épistémologique, en même temps qu'elle fournit un contenu historique et mathématique précis à son traitement. (…) L'étude historique peut alors servir de point d'appui solide pour le traitement de la question qui constitue l'enjeu principal de l'ouvrage : l'examen des nouveaux rapports entre la logique et les mathématiques. La longue étude de genèse qui précède était un détour : elle permet de comprendre la continuité historique dans laquelle s'inscrit la théorie des modèles, ce pivot de la logique mathématique contemporaine, avec cette idée d'une mathématique abstraite, où vient aboutir l'évolution de l'algèbre. (…) H. Sinaceur analyse le changement théorique qui intervient aux alentours des années 1930 dans les

(1) « Est philosophique toute exigence d'éclaircissement que ne satisfont pas actuellement ou dans leur développement normal les instruments des techniques scientifiques. »

rapports entre logique et mathématiques comme un véritable tournant, qualifié pour la logique de « tournant heuristique » : il délivre celle-ci d'une fonction exclusivement fondatrice, ou directement fondationnelle. (…)

Ce livre est le fruit d'une recherche qui fut longtemps solitaire. Ce fut aussi le cas, jadis, pour Jean Cavaillès et ses *Remarques sur la formation de la théorie abstraite des ensembles*. On sait que celles-ci avaient révélé, à certains des plus grands analystes français, l'importance de la tradition allemande de l'algèbre abstraite, et à la quasi-totalité de ses lecteurs philosophes, la signification et la valeur de la théorie cantorienne. D'une certaine manière, la juste récompense du travail examiné ici est déjà donnée avec la reconnaissance de la valeur anticipatrice des analyses produites – qu'il s'agisse de l'assignation d'une origine historique à ce qui caractérise aujourd'hui l'allure du corps le plus abstrait du savoir, cet échange réciproque et constant entre logique et mathématiques, véritable « parallélisme logico-mathématique », ou encore du statut à accorder au théorème de Sturm, si largement méconnu dans sa signification réelle, ou enfin de points plus liés à l'histoire (mais, en cette matière, tout se tient), comme la dette des mathématiciens envers Tarski pour la définition de ces ensembles que R. Thom appellera semi-algébriques. Quant à sa méthode, comme on aura peut-être pu s'en rendre compte à la lecture de l'essai d'analyse qui précède, le livre se situe dans le droit fil de ce que la tradition française comporte, en ce domaine, de meilleur.

Extraits de : Paul Gochet, Présentation de quelques thèses philosophiques de Hourya Sinaceur, in *Sémantique et épistémologie : Hommage à l'œuvre de Hourya Benis-Sinaceur,* 2003.

Mme Hourya Benis-Sinaceur a consacré de nombreuses publications à deux disciplines : l'histoire des sciences et la philosophie des sciences. La portée des thèses qu'elle défend et des analyses qu'elle propose s'étend bien au-delà du cadre de ces deux disciplines. (…) [L]es thèses et les analyses de H. Benis-Sinaceur apportent des réponses nouvelles à des questions centrales de la philosophie générale. (…)

Contrairement à une opinion encore trop répandue, le rôle de la logique n'est pas seulement de consolider, mais il est aussi d'inventer. Une des contributions décisives que l'on doit à H. Benis-Sinaceur est d'avoir mis en lumière le rôle actuel de la logique comme *ars inveniendi* et d'avoir montré que « la théorie des modèles a fait de l'analyse logique du langage mathématique l'instrument de découvertes mathématiques d'une généralité inaccessible par un autre moyen » ([83], p. 605).

S'il y a invention, la question se pose de savoir si l'invention est la manifestation d'une création qui est le fruit d'une initiative de l'esprit humain, comme l'ont pensé Gauss, Dedekind, Poincaré, Brouwer ou s'il s'agit d'une dynamique objective, inscrite dans la réalité immanente des concepts mathématiques, comme le pensait Cantor. Confrontée à cette question, H. Benis-Sinaceur répond de manière nuancée, en prenant appui sur l'état actuel de la science mathématique.

Elle rejette l'idée d'un sens originaire qui préexisterait au travail mathématique : « le sens, écrit-elle, n'est ni principe, ni origine ; il est matière et résultat du travail mathématique » ([99], p. 93), mais reconnaître que ce travail s'inscrit dans un contexte sociohistorique et institutionnel n'empêche nullement de reconnaître que le concept, une fois formé « peut tout à fait mener, ensuite, une vie indépendante de son contexte d'origine » ([84], p. 156). (…) La conception du sens proposée par H. Benis-Sinaceur permet de la combinaison d'innovations imprévisibles et d'enchaînements nécessaires dont est fait le devenir de la science mathématique. (…)

H. Benis-Sinaceur reconnaît « l'historicité de la vérité », c'est-à-dire l'inévitable insertion dans un contexte des énoncés que nous tenons pour vrais. Mais elle se garde bien d'en tirer une conception sociologisante de la vérité, c'est-à-dire de définir la vérité par le consensus. (…) H. Benis-Sinaceur reconnaît que « toute vérité dépend d'un contexte langagier, mais aussi socio-politico-économique et historique », mais elle refuse de passer du contextualisme au relativisme. Ce serait faire une inférence abusive : « [l]a vérité contextualisée n'est certes pas une vérité absolue. Mais ce n'est pas une non-vérité » (*ibid.*).

(…) Ce qui fait l'intérêt de l'enquête de H. Benis-Sinaceur, c'est sa force explicative. Son enquête montre que la théorie des modèles non seulement a servi à trouver la solution de certains problèmes purement mathématiques, mais, en outre, elle fait comprendre la portée de certains concepts et de certaines théories mathématiques.

Extraits de : Patricia Blanchette, Recension de *Functions and Generality of Logic : Reflections on Dedekind's and Frege's Logicisms*, *Philosophia Mathematica*, 2019.

'Is Dedekind a logicist? Why does such a question arise?' par Hourya Benis-Sinaceur, discute comment, d'un certain nombre de manières, Dedekind est engagé dans le même projet que Frege, et comment, d'autres manières, il ne l'est pas. L'insistance de Dedekind sur le pouvoir créatif de la pensée mathématique, et le rejet de cette capacité créative par Frege, sont reliés aux deux sortes de « réalisme » de ces deux auteurs, et à leurs vues complètement différentes du but de la réduction des théories mathématiques à la logique. Comme Benis-Sinaceur le souligne, Frege et Dedekind ont des visions différentes non seulement de ce qui est nécessaire pour une réduction réussie, mais aussi de ce qui doit être raisonnablement considéré comme faisant partie de la logique. Le sens selon lequel le projet de Dedekind est pensé comme « structuraliste » est discuté, avec une insistance sur les aspects de ce structuralisme qui sont vigoureusement rejetés par Frege. Et enfin, l'auteure argumente qu'il existe une claire séparation entre épistémologie et ontologie chez Dedekind, en contrastant cela avec leurs liens étroits chez Frege.

Un résultat important de ces différences, d'après Benis-Sinaceur, est qu'il est erroné de juger le succès du projet réductionniste de Dedekind par les standards de Frege et de ses successeurs. Et, ce qui est peut-être plus important, il est erroné d'interpréter les deux célèbres essais de Dedekind sur les nombres en les isolant du reste de son travail mathématique, dans lequel on observe une approche structuraliste constante, dans différents domaines, indépendamment de considérations liées à la logique. Les lecteurs de Frege et de Dedekind trouveront beaucoup de choses avec lesquelles être d'accord, et certainement quelques autres avec lesquelles ne pas l'être. Le style de cet essai est moins celui d'un argument soutenu et plus celui d'une suggestion provocante, résultant en des liens intéressants et inhabituels entre ses différents thèmes centraux.

Extraits de : Paul Cortois, Vers une interprétation moins tronquée de l'œuvre tronquée de Cavaillès in *L'épistémologie du dedans. Mélanges en l'honneur de Hourya Benis-Sinaceur,* 2020.

Parmi ceux et celles qui se sont occupés de la philosophie de Cavaillès, celle qui l'a fait sans doute avec le plus d'assiduité et de persévérance, c'est bien Hourya. Peu nombreux sont ceux et celles qui l'ont fait avec autant de sens et pour le détail et pour la structure totale. Elle l'a fait avec une connaissance détaillée de l'histoire mathématique dont Cavaillès avait été le témoin en partie indirect et en partie direct, dont il avait même été l'observateur participant dans les années 30 du XX^e^ siècle ; elle l'a fait avec un travail de recherche approfondie dans plusieurs articles et deux livres, en 1994 *Jean Cavaillès philosophie mathématique* ([6]), et en 2013 ce livre simplement nommé *Cavaillès* ([7]). Si l'on joint à ces monographies les études comme celle parue en 1987 dans la *Revue d'histoire des sciences* ([76]) ou le chapitre paru dans le livre *Jean Cavaillès Résistant* ou la pensée en actes ([42]), on aura une image bien déterminée de Cavaillès – pourrait-on dire – vu sous tous ses aspects, ou presque ; et non seulement une image mais une vision aussi bien personnelle que fondée dans les textes (publiés et non publiés) de ce philosophe. (…)

Si l'œuvre de Madame Benis-Sinaceur est importante, elle incite à la discussion plutôt que de clore les débats concernant ce philosophe encore sous-étudié et difficile – pour plusieurs raisons, dont celle évidente, que son œuvre a été précocement tronquée dans les circonstances que l'on sait, de sorte qu'il n'a plus pu s'expliquer sur le sens de ses formules souvent elliptiques et sur le cours que son « programme épistémologique » allait finalement effectivement prendre. Ces travaux permettront de relancer les débats à partir d'une nouvelle synthèse.

Extraits de : Gerhard Heinzmann, Penser comme on se heurte. Deux versions de l'anti-fondationnalisme, in *L'épistémologie du dedans. Mélanges en l'honneur de Hourya Benis-Sinaceur,* 2020.

Hourya remarque dans l'avant-propos de [*Corps et modèles*] « la théorie des modèles classique ne s'engage pas dans la discussion de questions préalables à la pratique mathématicienne, préalable en droit et postérieures en fait. Elle aborde les mathématiques directement pour ainsi dire, par leurs objets quotidiens » ([4], p. 12). (…) Hourya se place dans une tradition pour laquelle la reconstitution historique « de l'intérieur » du processus de la science passée constitue un héritage à la fois de Cavaillès et de Lautman. Dans son approche portant avant tout sur des dimensions plus sociales et matérielles, le tournant pratique en philosophie des mathématiques a intégré aujourd'hui cet élément plutôt descriptif et l'oppose à la perspective normative d'une reconstruction des produits de la science à partir d'un point de vue actuel. Formé plutôt dans l'esprit de la reconstruction rationnelle, je me rappelle avoir objecté à Hourya que la théorie des modèles présuppose la théorie des ensembles dans les définitions de ses notions de base et que la question philosophique dépend dès lors de la forme dans laquelle on accepte cette dernière. (…)

Ce n’est pas la position que Hourya préfère. Prône-t-elle donc une théorie des modèles séparée des fondements ? Évidemment non ; elle ne fait résolument pas partie de ceux qui se limitent à décrire dorénavant les mathématiques comme elles se font ; la théorie des modèles n’abandonne pas selon elle la question de fondements, au contraire. Sa méthode descriptive est réflexive: elle soutient « qu’une réflexion sur la philosophie des mathématiques ne peut faire l’économie des résultats de la théorie des modèles » (*ibid.*, p. 16). (…) Elle s’intéresse à la question de ce que nous connaissons et comment nous connaissons, et moins aux présuppositions conceptuelles qui régissent l’interprétation philosophique de certaines actions mathématiques. (…)

[L]’objectif de Hourya est plutôt de situer un aspect fondamental du changement survenu dans le travail mathématique (*ibid.*, p. 20), vu d’une perspective interne au déploiement mathématique. Bien sûr, ce déploiement ne se matérialise pas dans un catalogue des événements, mais Hourya s’intéresse à la signification, telle que le déploiement ne s’en résume pas dans une chronologie récurrente, mais s’organise autour des intérêts d’une histoire finalisée, comme par exemple la question: « peut-on décrire algébriquement les propriétés du corps des nombres réels sans perdre des résultats déduits de sa continuité ? » (*ibid*., p. 27-28). (…)

Je reviens, pour terminer, à l'incompréhension philosophique que j'avais de l'approche de ma collègue et amie : je n'appréciais pas à sa juste valeur le fait que la description dite « modeste » qu'elle donne de la pratique mathématique, n'est en fait que la partie « formelle » (la justification) d'une compréhension pragmatique: cette dernière relie, en plus, la compréhension des éléments formels à des éléments non formels dans le travail mathématique. Exprimé d'une autre manière, Hourya fait la philosophie pragmatique qui ne s'ignore pas, mais qui se cache derrière un vocabulaire phénoménologique. Unir les contemporains Husserl et Peirce, on devrait le faire ensemble.

Extraits de : Jean-Michel Salanskis, Histoire, mathématique, philosophie, in *L'épistémologie du dedans. Mélanges en l'honneur de Hourya Benis-Sinaceur,* 2020.

D[u] point de vue [des mathématiques], la première chose à dire est que Hourya Benis a proposé un travail cherchant à se mettre en rapport avec le développement effectif et concret de la mathématique contemporaine, à tirer quelque chose d'elle, à la réfléchir, au lieu de se limiter à un cercle de débats concernant uniquement les fondements des mathématiques, et se résolvant à quelques puzzles logico-métaphysiques.

(…) Hourya Benis, dans *Corps et modèles*, regarde (…) la logique et la mathématique d'un autre point de vue, qui a pris de plus en plus d'importance au fil des années. Elle s'intéresse en effet au rapport noué avec la strate purement algorithmique. Le théorème de Sturm, qui constitue le point de départ de son enquête, se présente comme l'énoncé et la justification d'un algorithme. Les travaux de Tarski décrits par Hourya Benis comme dans la filiation de ce théorème conduisent au dégagement d'un algorithme de décision pour la théorie élémentaire du corps ordonné. Donc, dans l'image proposée par Hourya Benis, la dimension algorithmique et computationnelle est vue comme un aspect ou un niveau de la mathématique, susceptible d'intervenir tout aussi bien au plan de la réflexion logique des structures mathématiques: le computationnel apparaît en quelque sorte comme transversal à la logique et aux mathématiques, ou comme constituant une sorte de composante fondamentale commune aux deux. (…)

Hourya Benis fait partie de celles et ceux qui ont compris la force et la valeur philosophique de la nouvelle école analytique. Elle a tout simplement intégré d'emblée à ce qu'il fallait étudier, sans se poser de questions pour ainsi dire, ces textes et les pensées et raisonnements qu'on y trouve. À ce dont on pouvait tirer des lumières pour accroître pour nous l'intelligibilité de ce que nous interrogions. En raison même de la simplicité et de la droiture d'une telle attitude, il n'en a nullement résulté pour elle une incapacité nouvelle, celle de percevoir la profondeur, la science et la force de travaux non analytiques. (…)

Elle a montré ainsi son aptitude à reconnaître – et même adopter sur la longueur de séquences consenties – les régimes d'intelligence autres que le sien ou les siens. À une telle ouverture et disponibilité la prédisposaient, selon ma conjecture, à la fois son histoire personnelle, sa complexion individuelle et la formation académique hexagonale, quoi qu'on en pense. Cette capacité à venir sur le terrain de l'autre, elle l'a démontrée de manière éclatante, si l'on y réfléchit, à la fois vis-à-vis des mathématiques et vis-à-vis de la raison analytique.

Références

Œuvres de Hourya Benis-Sinaceur

Page web personnelle sur le site de l'IHPST

https://www.ihpst.cnrs.fr/membres/membres-permanents/benis-sinaceur-hourya

Interventions radiophoniques

[1] La nuit rêvée de… Hourya Benis-Sinaceur, France Culture, 17/03/2013,

https://www.franceculture.fr/emissions/la-nuit-revee-de/la-nuit-revee-de-hourya-benis-sinaceur

[2] Jean Cavaillès : comment un surdoué en science devint héros de la résistance, Science Publique par Michel Alberganti, 14/02/2014,

https://www.franceculture.fr/emissions/science-publique/club-science-publique-jean-cavailles-comment-un-surdoue-en-science-devint

[3] Jean Cavaillès (1903-1944), L'« agrégé du sabotage», la Conversation Scientifique par Étienne Klein, 25/05/2019, https://www.franceculture.fr/emissions/la-conversation-scientifique/jean-cavailles-1903-1944-l-agrege-du-sabotage-0

Livres

[4] *Corps et Modèles, Essai sur l'histoire de l'algèbre réelle*, Paris, Vrin, collection Mathesis, 1991. Deuxième édition, 1999.

[5] *Le labyrinthe du continu,* co-édité avec J.-M. Salanskis, Springer-Verlag France, 1992.

[6] *Jean Cavaillès. Philosophie mathématique*, Paris, Presses Universitaires de France, 1994. Nouvelle édition, Paris, Vrin, 2019.

[7] *Cavaillès*. Paris, Les Belles Lettres, 2013.

[8] *Functions and generality of logic. Reflections on Dedekind's and Frege's logicisms*, co-dirigé avec M. Panza et G. Sandu, Springer, 2015.

Traductions

[9] *De l'angoisse à la méthode dans les sciences du comportement*, trad. de *From anxiety to method in the behavioral sciences* de George Devereux, Paris, Flammarion, 1980.

[10] Traduction, présentation et annotation de textes de Bolzano, Cantor et Hilbert, *Logique et fondements des mathématiques*, P. de Rouilhan et F. Rivenc (Éds.), Editions Payot, 1992, p. 51-70, 197-204, 245-270.

[11] *Les paradoxes de l'infini*, traduction, notes et introduction, de *Die Paradoxien des Unendlichen* de Bernard Bolzano, Paris, Le Seuil, 1993.

[12] Traduction du *De causis diversitatum aspectus et dandis demonstrationibus geometricis super eas,* de Jacob Al-Kindi, (avec J. Jolivet et H. Hugonard-Roche), Œuvres philosophiques et scientifiques d'Al-Kindi, Volume 1 : L'Optique et la catoptrique, R. Rashed (Éd.), E. J. Brill, 1997, p. 437-523.

[13] Traduction partielle des *Nachgelassene Schriften* de Gottlob Frege, *Écrits posthumes*, P. de Rouilhan et C. Tiercelin (Éds.), Jacqueline Chambon, 1999, p. 85-138, 187- 206.

[14] Traduction et introduction des *Abhandlungen zur Philosophie der Mathematik* de Paul Bernays, Darmstadt, Wiss. Buchgesellschaft, 1976, Paris, Vrin, 2003.

[15] *Richard Dedekind. La création des nombres*, Paris, Vrin, collection Mathesis, 2008. Traduction, notes et introduction des textes de Richard Dedekind sur la construction des nombres entiers et des nombres réels.

Chapitres d'ouvrages et actes de colloques

[16] Le théorème d'algèbre de Sturm et l'analyse algébrique au XIX^{e} siècle, *Actes du congrès international Mathématiques et Philosophie*, Rabat, 1-4 Avril 1982, Paris, L'Harmattan, Rabat, Okad, 1987, p. 139-158.

[17] La logique comme *ars inveniendi*, Doctrines et concepts. Cinquante ans de philosophie de langue

française 1937-1987, A. Robinet (Éd.), Paris, Vrin, 1988, p. 319-334.

[18] Une origine du concept d'analyse non standard, *La mathématique non standard* Hervé Barreau et Jacques Harthong (Éds.), Paris, Éditions du CNRS, 1989, p. 143-156.

[19] *Ars inveniendi* aujourd'hui, *Leibniz, Tradition und Aktualität*, V. Int. Leibniz-Kongress, Vorträge II. Teil, p.59-70, Gottfried-Wilhelm-Leibniz-Gesellschaft, Hannover, 1989.

[20] Logique : mathématique ordinaire ou épistémologie effective ?, *Hommage à Jean-Toussaint Desanti*, Éditions TER, 1991, p. 331-346.

[21] Préhistoire de la géométrie algébrique réelle : de Descartes à Tarski, *Cahiers du séminaire d'histoire des mathématiques de l'Université Paris VI*, 2^{e} s., n°1, juin 1991, p. 1-17.

[22] De la géométrie formelle à l'algèbre abstraite, *1830-1930 : A century of geometry, epistemology, history and mathematics,* L. Boi, D. Flament, J.-M. Salanskis (Éds.), Springer-Verlag, 1992, p. 167-174.

[23] La dialectique de l'espace, *Espace et réalité. Philosophie mathématique de Ferdinand Gonseth* (dir. M. Panza et J.-C. Pont), Paris, Editions Masson, 1992, p. 68-82.

[24] Sur le rôle de l'analyse des concepts selon Gödel et son rapport avec la théorie des modèles, *Kurt Gödel,* D. Mieville (Éd.), Travaux de Logique du CdRS de

l'Université de Neuchâtel, n° 7, 1992, p. 11-31.

[25] Le fini et l'infini, postface à *Infini des philosophes, infini des mathématiciens*, Paris, Belin, 1992, p. 195-200.

[26] Philosophie des mathématiques: pourquoi? Comment?, *Proceedings of the First European Congress of Mathematics, Birkhäuser*, 1994, p. 183-226.

[27] Calculation, Order and Continuity, *Real numbers, Generalizations of the Reals, and Theories of Continua,* P. Ehrlich (Éd.), Kluwer Academic Publishers, 1994, p. 191-206.

[28] Logique, philosophie, mathématiques : fécondité de l'analyse du langage, *Actas del primer Congreso international de ontología*, *Categorias e inteligibilidad global*, Publ. de la Univ. aut. de Barcelona, Bellaterra, 1994, p. 231-240.

[29] Formes et concepts, *La connaissance philosophique, Essais sur l'œuvre de Gilles-Gaston Granger*, J. Proust et É. Schwartz (Éds.), Paris, PUF, 1995, p. 93-120.

[30] Cavaillès et l'École mathématique de Göttingen, *L'École Normale et l'Allemagne,* M. Espagne (Éd.), Leipz. Universitätsverlag, 1995, p. 1-9.

[31] Le rôle de Poincaré dans la genèse de la métamathématique de Hilbert, *Henri Poincaré. Science et Philosophie,* J.-L. Greffe, G. Heinzmann et K. Lorenz (Éds.), Berlin - Akademie Verlag/ Paris, Albert Blanchard, 1996, p. 493-512.

[32] Bolzano et les mathématiques, *Les philosophes et les mathématiques,* M. Caveing et E. Barbin (Éds.), Paris, Ellipses, 1996, p. 150-173.

[33] Cavaillès et les mathématiques, *Les philosophes et les mathématiques,* M. Caveing et E. Barbin (Éds.), Paris, Ellipses, 1996, p. 302-317.

[34] Entre valeur et vérité, la sphère du sens, *Valeurs et absolu,* F. Haddad-Chamakh et Z. Ben Said-Cherni (Éds.), Tunis, Centre National Universitaire de Documentation Scientifique et Technique, 1996, p. 21-34.

[35] Du modèle à la stratégie, *Jaakko Hintikka. Questions de logique et de phénoménologie*, É. Rigal (Éd.), Paris, Vrin, 1998, p. 127-138.

[36] Différents aspects du formalisme, *Le formalisme en question*, F. Nef et D. Vernant (Éds.), Paris, Vrin, 1998, p. 129-146.

[37] The nature of progress in mathematics: the significance of analogy, *The Growth of Mathematical Knowledge,* E. Grosholz et H. Breger (Éds.), Kluwer Acad. Publishers, 2000, p. 281-293.

[38] L'espace-temps de la philosophie, *Jean-Toussaint Desanti*. *Une pensée et son site*, G. Ravis-Giordani (Éd.), Éditions de l'ENS Fontenay/Saint-Cloud, 2000, p. 101-110.

[39] L'interprétation en mathématiques : de Decartes à Hilbert et Tarski, *Les « enfants naturels » de Descartes,* P. Radelet-de Grave et J. F. Stoffel (Éds.), Brepols, 2000, p. 205-221.

[40] Logique et Mathématique, *Philosopher* 2, Ch. Delacampagne et R. Maggiori (Éds.), Fayard, 2000, p. 201-220.

[41] Science et culture scientifique, *Bulletin économique et social du Maroc*, Rapport Social 2001, Rabat, Éditions Okad, p. 29-37.

[42] Philosophie et Histoire, *Jean Cavaillès résistant ou La pensée en actes*, A. Aglan et J.-P. Azéma (Éds.), Paris, Flammarion, 2002, p. 205-225 et 283-287.

[43] Repenser la culture, Actes du Colloque International « L'Olympiade culturelle », Athènes, Septembre 2002.

[44] Jean Cavaillès : la raison immanente, *Il pensiero filosofico di Giulio Preti,* P. Parrini et L. M. Scarantino (Éds.), Guerini e Associati, 2004, p. 353-357.

[45] Du modèle à la stratégie, réédition dans *Sémantique et épistémologie*, A. Benmakhlouf (Éd.), Casablanca, Le Fennec, 2003, p. 21-34 (diffusion Paris, Vrin).

[46] La pensée mathématique de l'infini, *Cahier VI (2003-2004) des Conférences de philosophie du Lycée Henri IV*, 2004, p. 15-32.

[47] Le réel et l'imaginaire : réflexions liminaires, *Le réel et l'imaginaire en politique, dans la science et dans l'art*, Actes de la 8e Rencontre internationale de Carthage, Carthage, Éditions Beït al-Hikma, 2006, p. 11-22.

[48] From Kant to Hilbert: French philosophy of concepts in the beginning of the 20th century, *The Architecture*

of Modern Mathematics, J. Ferreirós et J. Gray (Éds.), Oxford University Press, 2006, p. 349-376.

[49] Existe-t-il des nombres infinis ?, *Histoire des Nombres*, chapitre III, La Recherche, Paris, Éditions Taillandier, 2007, p. 25-40.

[50] David Hilbert et les mathématiques du XX^{e} siècle, *Histoire des Nombres*, La Recherche, Paris, Éditions Taillandier, 2007, p. 40-56.

[51] Nécessité et fécondité des définitions : fondements de la théorie des nombres de Richard Dedekind (1831-1916), *Définition, Rôle et fonctions en logique et en mathématiques,* P. Joray et D. Miéville (Éds.), Travaux de Logique du CdRS de l'Université de Neuchâtel, n°19, 2008, p. 29-72.

[52] L'Œuvre algébrique de Charles François Sturm, *Collected Works of Charles François Sturm*, J.-C. Pont et F. Padovani (Éds.), Birkhäuser, Basel-Boston. Berlin, 2009, p. 13-24.

[53] Tarski's practice and philosophy: between formalism and pragmatism, *Logicism, Intuitionism and formalism: what has become of them?,* S. Lindström, E. Palgren, K. Segerberg et V. Stoltenberg-Hansen (Éds.), Springer, Synthese Library, 2009, p. 357-396.

[54] Inégalité, altérité, pluralité, *Actes de la Journée mondiale de la philosophie 2007*, Société Philosophique de Turquie, I. Koçuradi (Éd.), Ankara 2009, p. 137-144.

[55] Style et contenus formels chez Gilles Gaston Granger, *La pensée de Gilles-Gaston Granger*, A. Soulez et A. R. Moreno (Éds.), Paris, Hermann, 2010, p. 161-206.

[56] Nominalisme ancien, nominalisme moderne. Les entités mathématiques sont-elles des créations de notre esprit ?, *Construction. Festschrift for Gerhard Heinzmann*, P.-E. Bour, M. Rebuschi et L. Rollet (Éds.), Tributes Series, Dov Gabbay, vol. 14, 2010, p. 261-276.

[57] Connaissance et rationalité, *Problèmes ouverts en épistémologie* (Éd. Jaakko Hintikka), *Acta Philosophica Fennica*, vol. 90, 2013, p. 35-42.

[58] Is Dedekind a logicist? Why does such a question arise? In *Functions and Generality of Logic: Reflections on Dedekind's and Frege's Logicisms*, H. Benis-Sinaceur, M. Panza, G. Sandu (Éds.), Springer, 2015, p. 1-57.

[59] Filosofía de la biopsichología del número, in, *El árbol de los números cognición, lógica y práctica matemática*, J. Ferreirós Domínguez et A. L. Casanave (Éds.), Editorial Universidad de Sevilla, 2016, p. 77-120.

[60] Dedekind's and Frege's views of Logic, *In Memoriam Richard Dedekind (1831-1916),* K. Scheel, T. Sonar, P. Ullrich (Éds.), Münster, WTM - Verlag für wiss. Texte und Medien, 2017.

[61] Scientific Philosophy and Philosophical Science, *The*

Philosophers and Mathematics, Festschrift for Roshdi Rashed H. Tahiri (Éd.), Springer, 2018, p. 25-66.

[62] Cavaillès : la pensée et l'action, *Hommage à Jean Cavaillès*, J.-J. Szczeciniarz et B. Mélès (Éds.), Paris, Hermann, 2018, p. 25-36.

[63] Mathématiques cartésiennes versus non cartésiennes, *Descartes et nous*, A. Jacob et T. Brachet (Éds.), Paris, Hémisphère Éditions, 2019.

[64] Un regard philosophique, *Penser les sciences et les techniques. Témoignages,* E. Bertrand et W. Feuerhahn (Éds.), Paris, Le Seuil, 2019.

[65] Axiomatique et philosophie : Kant, Hilbert, Vuillemin, *L'épistémologie du dedans. Mélange en l'honneur de Hourya Benis-Sinaceur*, Paris, Garnier, 2020.

[66] Quoi de neuf avec l'épistémologie comparative ? Colloque « L'Œuvre de Gilles-Gaston Granger », Clermont Ferrand, 16-18/11/2017, à paraître.

[67] La question de l'infini : d'Aristote à Bolzano, Colloque « La question de l'infini dans l'enseignement et l'apprentissage des mathématiques, de l'informatique et de la philosophie. Regards croisés, épistémologiques et didactiques », Montpellier, 22-23/11/2018, à paraître.

Articles de revues

[68] Cauchy et Bolzano, *Revue d'histoire des sciences*, XXVI/2, 1973, p. 97-112.

[69] Les voies de l'analyse classique, *Critique*, n° 327-328, 1974, p. 697-715.

[70] Joseph Fourier 1768-1830, *Revue d'histoire des sciences*, XXVIII/1, 1975, p. 88-90.

[71] Bolzano est-il le précurseur de Frege ?, *Archiv für Geschichte der Philosophie*, Band 57, Heft 3, 1975, p. 286-303.

[72] Sur une exposition de Adam Henein, *Critique*, 1977.

[73] Le programme d'Erlangen et la géométrie, *Critique*, n° 361-362, 1977, p. 691-696.

[74] « Les paysans » de Chagall, *Critique*, n° 368, janvier 1978, p. 88-90.

[75] Logique et mathématique du flou, *Critique*, n° 378, 1978, p. 512-525.

[76] De D. Hilbert à E. Artin : les différents aspects du 17è problème de Hilbert et les filiations conceptuelles de la théorie des corps réels clos, *Archive for history of exact sciences*, vol. 29, n° 3, 1984, p. 267-286.

[77] La théorie d'Artin et Schreier et l'analyse non standard, *Archive for history of exact sciences*, vol. 34, n° 3, 1985, p. 257-264.

[78] L'épistémologie de Jean Cavaillès, *Critique*, n° 461, 1985, p. 974-988.

[79] Structure et concept dans l'épistémologie de Jean Cavaillès, *Revue d'histoire des sciences* XL/1, 1987, p. 5-30.

[80] Lettres inédites d'Albert Lautman à Jean Cavaillès, Lettre inédite de Gaston Bachelard à Albert Lautman, *Revue d'histoire des sciences* XL/1, 1987, p. 117-129.

[81] La constitution de l'algèbre réelle dans le mémoire d'Artin et Schreier, *Cahiers d'histoire et de philosophie des sciences*, nouvelle série, n° 20, 1987, p. 106-138, Belin, Paris.

[82] Corps réels clos et analyse non standard, Presses de l'École Normale Supérieure, 1987.

[83] Estructura y concepto en la epistemología matemática de Jean Cavaillès, *Mathesis*, vol. III, n°1, febrero de 1987, Departamento de Matemáticas, UNAM, p. 15-32.

[84] El theorema de C. F. Sturm revisado por J. J. Sylvester, *Mathesis*, vol. III, n° 4, noviembre de 1987, Departamento de Matemáticas, Univ. Nacional Autonoma de México, p. 401-414.

[85] Deux moments dans l'histoire du théorème d'algèbre de CH. F. Sturm, *Revue d'histoire des sciences* XLI/2, 1988, p. 99-132.

[86] *Ars inveniendi* et théorie des modèles, *Dialogue*, Montréal, XXVII, 1988, p. 591-613

[87] *Ars inveniendi* aujourd'hui, *Les Etudes philosophiques*, Avril-Juin 1989, p. 199-214.

[88] De Sturm à Tarski ou de l’analyse des équations à la

théorie des modèles, Prépublications de l'Équipe de Logique Mathématique, CNRS-Université Paris VII, Séminaire de Structures algébriques ordonnées 1988-1989, n° 2, Jan. 1990.

[89] Caractéristique de G. W. Leibniz et théorie des modèles selon A. Robinson, Prépublications de l'Équipe de Logique Mathématique, CNRS-Université Paris VII, Séminaire de Structures algébriques ordonnées 1988-1989, N° 2, Janvier 1990, 5è article (6 pages).

[90] Cauchy, Sturm et les racines des équations, *Revue d'histoire des sciences*, XLV/1, janvier-mars 1992, p. 51-67.

[91] Du formalisme à la constructivité : le finitisme, *Revue internationale de philosophie*, volume 47, n° 186, 4/1993, p. 251-283.

[92] David Hilbert et les mathématiques du XX^e^ siècle (avec J.-P. Bourguignon), *La Recherche*, n° 257, septembre 1993, p. 982-989.

[93] L'infini, *La Recherche*, n° 268, septembre 1994, p. 904-910. Traduction italienne dans *Nuova Secondaria, mensile di cultura, oriatamenti educativi problemi didattico-istituzionali per la scuola secondaria superiora*, Brescia, n° 2 du 15/10/95, p. 45-51.

[94] La recherche éthique et les sciences, *Nature, Sciences, Société*, vol. 3, 1995, p. 63-68.

[95] Mathématiques et métamathématique, du Congrès de Paris (1900) au Congrès de Nice (1970) : Nombres réels et Théorie des modèles dans les travaux de

Tarski, *Rendiconti del Circolo matematico di Palermo*, série II, n° 44, 1996, p. 113-132.

[96] Réalisme mathématique, réalisme logique chez Bolzano, *Revue d'histoire des Sciences*, LII/4, 1999, p. 339-341 et 457-478.

[97] Nouvelle édition des articles 83 et 84 dans un numéro hors-série de *La Recherche*, août 1999, p. 106-126.

[98] Indétermination de l'ontologie, *Bulletin de la Société Française de Philosophie*, 91e année, n° 4, Paris, Vrin, 1999.

[99] Tarski's Address at the Princeton University Bicentennial Conference on problems of Mathematics (Dec. 17-19, 1946), *Bulletin of Symbolic Logic*, vol. 6, n° 1, 2000, p. 1-44.

[100] Y a-t-il une tolérance dans la science? Actes des Entretiens sur la «Philosophie et Tolérance» de l'Institut International de Philosophie, *Philosophica*, vol. 66 (2000,2), p. 89-98.

[101] Alfred Tarski: Semantic shift, heuristic shift in Metamathematics, *Synthese,* 126, Kluwer Academic Publishers, 2001, p. 49-65.

[102] Modernité mathématique: quelques invariants épistémologiques, *Revue d'histoire des Sciences*, LV/1, 2002, p. 80-100.

[103] Alfred Tarski. Life and Logic, *Notices of the American Mathematical Society*, vol. 54, Number 8, 2007, p. 986-989.

[104] Il n’y a pas de nombres dans la nature, *HS Sciences et Avenir*, oct.-nov. 2008, p. 43.

[105] Idées : le platonisme phénoménologique d’Albert Lautman, *Philosophiques* 37 (n° 1), 2010, Montréal, p. 27-54.

[106] Lettres inédites de Cavaillès à Étienne Borne, transcription, introductions et notes, *Philosophie*, n° 107, 2010, p. 3-45.

[107] Les mathématiques, leur histoire et la philosophie, *Noesis*, n° 17, 2010, p. 105-134.

[108] Facets and levels of mathematical abstraction, *Philosophia scientiae*, 18 (1), 2014, p. 81-112.

[109] Philosophie de la neuropsychologie du nombre, *Intellectica*, N° 62, 2014/2, p. 103-144.

[110] Jean Cavaillès : La philosophie du concept, Éléments d'infrastructure, *Philosophia OSAKA*, March 2016, N° 11, p 1-39.

[111] Les mathématiques, un langage ?, *TDC* 1106 , 2016, Canopé Éditions, p. 64-65.

[112] Sur le livre de Brice Halimi, *Le Nécessaire et l’Universel*, Paris, Vrin, 2013, *Les Études Philosophiques*, N° 171, 2017/1 147-151.

[113] Dedekind's and Frege's views of Logic, *Mathematische Semesterberichte*, vol. 64, issue 2, 2017, Springer, p. 187-198.

[114] Neurophilosophy of Number, *International Studies in the Philosophy of Science,* Vol. 31 N° 1, 2017, 1-25.

[115] Philosophie scientifique : origines et interprétations. Hans Reichenbach et le groupe de Berlin, *Philosophia scientiae*, 22(3), 2018, p. 3-46.

[116] Cavaillès et le calcul des probabilités, *Cahiers philosophiques*, 1/2019, Paris, Vrin.

[117] Vuillemin: Dedekind initiateur de l'Algèbre de l'Algèbre, avec E. Haffner, *Philosophia scientiae,* à paraître en novembre 2020.

Commentaires sur les travaux de Hourya Benis-Sinaceur

a. Jean-Michel Salanskis, Herméneutique, Logique, Mathématique, *Les Études philosophiques* No. 2, p. 257-273, 1992.

b. Peter Neumann, Hourya Sinaceur. *Corps et modèles. Essai sur l'histoire de l'algèbre réelle* [Recension], *British Journal for the History of Science* 25 (3): 372-372, 1992.

c. Albert C. Lewis , *Corps et modèles: Essai sur l'histoire de l'algèbre réelle.* Hourya Sinaceur [Recension], *Isis* 83 (3), p. 513-514, 1992.

d. Javier Echeverría, H. SINACEUR: *Corps et modèles* [Recension] *Theoria: Revista de Teoría, Historia y Fundamentos de la Ciencia* 7 (1-3), p. 1237, 1992.

e. Alain Michel, 1993, Le développement de l'algèbre réelle et le nouvel esprit logico-mathématique. À propos de *Corps et modèles* de Hourya Sinaceur, *Revue de Métaphysique et de Morale,* 98 (4), p. 551-563, 1993.

f. Pascal Gribomont, Hourya Sinaceur, *Corps et Modèles. Essai sur l'histoire de l'algèbre réelle* [Recension], *Revue Internationale de Philosophie*, Vol. 51, No. 200 (2), p. 285-287, 1997.

g. Paul Cortois, Hourya Sinaceur*, Jean Cavaillès-Philosophie mathématique* [Recension], *Tijdschrift Voor Filosofie* 60 (4), p. 743-745, 1998.

h. Ali Benmakhlouf (Dir.), *Sémantique et épistémologie : Hommage à l'œuvre de Hourya Benis-Sinaceur*, Le Fennec, Coll. Débats philosophiques, Casablanca, 2003. Avec des articles de : Étienne Balibar, Françoise Balibar, Hourya Benis-Sinaceur, Ali Benmakhlouf, Jacqueline Boniface, Anita Burdman Feferman, Solomon Feferman, Paul Gochet, Wilfrid Hodges, Hidé Ishiguro, Herbert Mehrtens, Mélika Ouelbani, Charles Parsons, Roshdi Rashed, Jan Wolenski.

i. Jean Birnbaum, 2014, Cavaillès, l'exigence insurgée, *Le Monde des Livres,* Publié le 20 février 2014, https://www.lemonde.fr/livres/article/2014/02/20/cavailles-l-exigence-insurgee_4370042_3260.html

j. Lény Oumraou, 2014, Hourya Benis Sinaceur, *Cavaillès*, [Recension], *L'Œil de Minerve* http://blog.ac-versailles.fr/oeildeminerve/index.php/post/02/07/2014/Hourya-B%C3%A9nis-Sinaceur,-Cavaill%C3%A8s,-%C3%A9d-Les-Belles-Lettres,-lu-par-L%C3%A9ny-Oumraou

k. Gregory Lavers, Hourya Benis-Sinaceur, Marco Panza and Gabriel Sandu*, Functions and Generality of Logic: Reflections on Dedekind's and Frege's Logicisms* [Recension], *Dialectica*, 70, p. 636- 640, 2016.

l. Patricia Blanchette, Hourya Benis-Sinaceur, Marco Panza, and Gabriel Sandu. *Functions and Generality of Logic: Reflections on Dedekind's and Frege's Logicisms* [Recension], *Philosophia Mathematica*, 27 (2), p. 289–294, 2019.

m. Emmylou Haffner et David Rabouin (Dir.), *L'épistémologie du dedans. Mélanges en l'honneur de Hourya Benis-Sinaceur*, Classiques Garnier, Paris, 2020. Avec des articles de Hourya Benis-Sinaceur, Karine Chemla, Paul Cortois, Marie-José Durand-Richard, Christophe Eckes, Max Fernandez De Castro, Emily R. Grosholz, Emmylou Haffner, Gerhard Heinzmann, Jean-Pierre Marquis, Marco Panza, David Rabouin, Roshdi Rashed, Marie-Françoise Roy, Jean-Michel Salanskis, Dirk Schlimm, Ehrhardt Schloz, Elisabeth Schwartz, Jean-Jacques Szczeciniarz.